



ISTITUTO NAZIONALE PER LA VALUTAZIONE
DEL SISTEMA EDUCATIVO DI ISTRUZIONE E DI FORMAZIONE

Servizio Nazionale di Valutazione

GUIDA ALLA LETTURA PROVA DI MATEMATICA

Classe quinta – Scuola primaria

Anno scolastico 2024/2025



Principali caratteristiche della Prova del Grado 5

Tab.1 Distribuzione dei quesiti secondo gli AMBITI

Ambito	Numero di domande	Numero di Item ¹
Numeri	12	12
Spazio e figure	9	9
Dati e previsioni	7	9
Relazioni e funzioni	7	7
TOTALE	35	37

Tab.2 Distribuzione degli item secondo le DIMENSIONI

Dimensione	Numeri	Spazio e figure	Dati e previsioni	Relazioni e funzioni	TOTALE
	NU	SF	DP	RF	
Conoscere	6	7	4	0	17
Risolvere problemi	2	2	4	6	14
Argomentare	4	0	1	1	6
TOTALE	12	9	9	7	37

Tab. 3 Suddivisione degli item in relazione ad ambiti e traguardi delle Indicazioni nazionali

TRAGUARDI	AMBITI				TOT
	NU	SF	DP	RF	
TP1. L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.	3	0	0	0	3
TP2. Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.	0	3	0	1	4
TP3. Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.	0	4	0	0	4
TP4. Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).	1	0	0	0	1
TP5. Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.	0	0	7	0	7
TP6. Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.	0	0	1	0	1
TP7. Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.	2	0	0	1	3
TP8. Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.	2	2	0	5	9
TP9. Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.	1	0	0	0	1
TP10. Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...).	3	0	1	0	4
TOTALE	12	9	9	7	37

¹ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tab. 4 Composizione della prova: tabella riassuntiva

DOM.	AMBITO	TRAGUARDO	DIMENSIONE	Scopo della domanda
D1	SF	TP3	Conoscere	Individuare la figura simmetrica di un trapezio rispetto a una data retta
D2	NU	TP10	Conoscere	Utilizzare il valore posizionale delle cifre per individuare un numero decimale
D3	RF	TP8	Risolvere problemi	Utilizzare la relazione tra due quantità per risolvere una situazione problematica
D4	DP	TP10	Conoscere	Stimare una capacità operando una conversione tra unità di misura
D5	NU	TP4	Conoscere	Operare con i numeri interi in contesto per stabilire la verità o falsità di alcune affermazioni
D6a	DP	TP5	Conoscere	Ricavare informazioni da dati rappresentati su un grafico a punti
D6b	DP	TP5	Conoscere	Ricavare informazioni da dati rappresentati su un grafico a punti
D7	NU	TP10	Conoscere	Posizionare una data frazione sulla retta dei numeri
D8	RF	TP8	Risolvere problemi	Utilizzare la relazione di proporzionalità per ricavare le dosi di un ingrediente in una ricetta
D9	SF	TP3	Conoscere	Riconoscere il triangolo di cui è tracciata un'altezza
D10	NU	TP8	Risolvere problemi	Utilizzare la nozione di divisibilità in contesto per risolvere una data situazione problematica
D11	NU	TP1	Argomentare	Argomentare per stabilire la divisibilità di un numero per 3
D12	SF	TP2	Conoscere	Individuare il perimetro di una figura disegnata su una griglia isometrica
D13	SF	TP8	Risolvere problemi	Disegnare un quadrato su una griglia non monometrica, noto il suo perimetro
D14a	DP	TP5	Risolvere problemi	In un dato contesto, interpretare un grafico sulla base delle percentuali fornite in una tabella
D14b	DP	TP5	Risolvere problemi	Determinare il numero di alunni che corrisponde a una data percentuale in contesto
D15	RF	TP7	Argomentare	Determinare un numero di oggetti sulla base dei vincoli assegnati in un testo
D16	RF	TP8	Risolvere problemi	Ricavare il costo di un oggetto in una data situazione problematica
D17	NU	TP9	Argomentare	Interpretare il resto di una divisione in contesto fornendo un'argomentazione
D18	RF	TP8	Risolvere problemi	Determinare il valore delle incognite che soddisfano due date uguaglianze
D19	NU	TP1	Conoscere	Individuare il numero che addizionato a se stesso soddisfa un dato vincolo sulla somma
D20	SF	TP2	Conoscere	Individuare le coordinate di un punto del piano cartesiano che soddisfa date condizioni
D21	SF	TP3	Conoscere	Individuare le coordinate di un punto del piano cartesiano
D22	NU	TP10	Conoscere	Individuare scritture equivalenti di numeri razionali

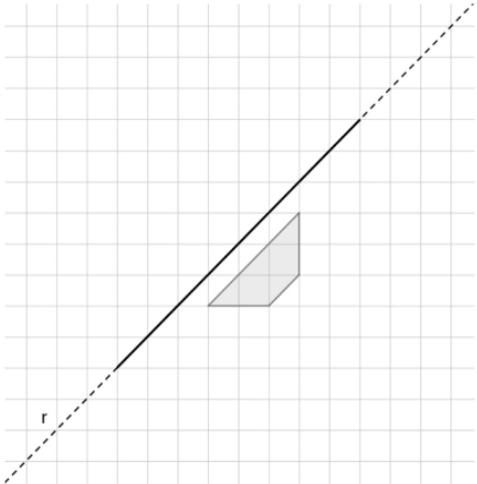
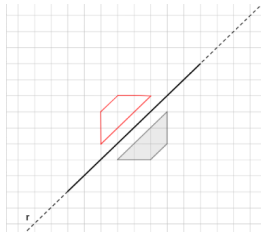
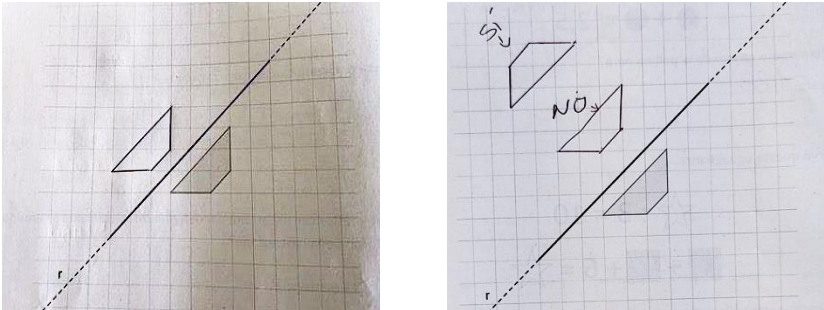
DOM.	AMBITO	TRAGUARDO	DIMENSIONE	Scopo della domanda
D23	DP	TP5	Risolvere problemi	Completare un grafico a barre utilizzando le informazioni fornite per via grafica e testuale
D24	RF	TP2	Risolvere problemi	Determinare la scala in una data rappresentazione per risolvere una situazione problematica
D25	DP	TP5	Conoscere	Ricavare informazioni da dati rappresentati in una tabella a doppia entrata
D26	DP	TP6	Argomentare	Argomentare per stabilire la probabilità di un evento in un contesto di gioco
D27	NU	TP7	Argomentare	Determinare le età di alcune persone sulla base di vincoli assegnati
D28	SF	TP3	Conoscere	Individuare il numero di pezzi che completano una figura tridimensionale
D29	DP	TP5	Risolvere problemi	Ricavare e confrontare informazioni da dati rappresentati in un grafico
D30	NU	TP7	Argomentare	Determinare una differenza a partire da un testo che coinvolge aspetti logici e matematici
D31	SF	TP2	Conoscere	Riconoscere il solido mostrato da due punti di vista diversi
D32	SF	TP8	Risolvere problemi	Determinare l'area di un poligono disegnato su una griglia
D33	RF	TP8	Risolvere problemi	In una sequenza di figure, determinare il numero di elementi che soddisfano i vincoli espressi in un'immagine e in un testo
D34	NU	TP1	Conoscere	Individuare i numeri mancanti nelle moltiplicazioni fornite in un diagramma
D35	NU	TP8	Risolvere problemi	Confrontare numeri decimali in un contesto reale

Nella prova nazionale di matematica della classe seconda primaria, sono presenti quattro domande in continuità con le domande D7, D12, D25 e D28 della prova del grado 2.

In questa guida sono state inserite alcune scansioni da protocolli originali che provengono dai fascicoli della prova nazionale (maggio 2025).

Tali scansioni hanno lo scopo di fornire esempi di strategie di ragionamento o di difficoltà e arricchire i commenti.

L'ordine delle domande presentate e quello delle opzioni di risposta nei quesiti a scelta multipla sono relativi al Fascicolo 1 (ma i protocolli, ripresi da fascicoli diversi, possono fare riferimento a un diverso ordine per le opzioni).

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D1. Disegna il poligono simmetrico del poligono grigio rispetto alla retta r. 		SPAZIO E FIGURE			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo. OBIETTIVO <i>Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farle riprodurre da altri.</i>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Individuare la figura simmetrica di un trapezio rispetto a una data retta			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D1	6,8%	24,7%	68,6%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda è focalizzata sulla <i>simmetria assiale</i>: richiede di disegnare su una griglia quadrettata il poligono simmetrico di un trapezio isoscele dato rispetto a una retta obliqua r, compito che integra competenze spaziali, procedurali e concettuali. Per trovare il poligono simmetrico, occorre trasferire i vertici del trapezio nella loro posizione simmetrica rispetto a r, mantenendo le relazioni geometriche, appoggiandosi a misurazioni, dirette o indirette, e alla capacità di utilizzare strumenti o la quadrettatura fornita per attivare il controllo sull'ortogonalità tra r e le rette che uniscono punti simmetrici e sulla distanza dall'asse di simmetria. Elementi di difficoltà possono risiedere in misurazioni non corrette della distanza di ciascun vertice del poligono simmetrico oppure nella confusione tra la simmetria e altri tipi di trasformazione, come la traslazione o la rotazione. Nel protocollo sotto, a sinistra, il trapezio è stato traslato in una direzione non perpendicolare all'asse: la figura ottenuta è congruente a quella data ma non simmetrica. Anche a destra dapprima è stato disegnato un trapezio traslato, ancora in direzione non perpendicolare ("NO"), poi un nuovo potenziale trapezio simmetrico ("SI"), che però non si trova a opportuna distanza dall'asse.					
					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D2. Quale numero corrisponde a 15 decine e 86 millesimi? A. ☐ 150,86 B. ☐ 150,086 C. ☐ 15,086 D. ☐ 15,86		NUMERI					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...). OBIETTIVO <i>Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali.</i>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Utilizzare il valore posizionale delle cifre per individuare un numero decimale					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
B	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D2	1,1%	6,2%	43,0%	39,0%	10,8%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda richiede di individuare, tra quattro numeri decimali, la notazione decimale del numero espresso nel testo con <i>15 decine e 86 millesimi</i>. Occorre dunque decodificare che <i>15 decine</i> corrispondono a 150 e <i>86 millesimi</i> a 0,086: si ottiene 150,086, cioè l'opzione di risposta B. Le opzioni di risposta A, C e D considerano difficoltà di gestione del valore posizionale delle cifre, prima o dopo la virgola. In particolare, la risposta <i>150,86</i> rileva una confusione tra millesimi e centesimi: 86 millesimi è interpretato come 0,86 (che sono invece 86 centesimi). La risposta <i>15,086</i> si focalizza sull'interpretazione di <i>15 decine</i> semplicemente come 15 anziché 150, mentre la parte decimale è corretta. Infine, la risposta <i>15,86</i> combina le due difficoltà precedenti: sono semplicemente trascritti i numeri presenti nello stimolo, separati dalla virgola per sancire la presenza della parte decimale. Il protocollo sotto a sinistra mostra una modalità di controllo sul valore posizionale delle cifre e sulla scrittura del numero in notazione decimale. A ogni cifra del numero scelto è associato il suo valore posizionale e sono riquadrati 15 e 86 in relazione alla presenza delle 15 decine ("<i>da</i>" scritto sotto il riquadro) e degli 86 millesimi ("<i>m</i>" scritto a destra del riquadro). Analogamente, nel protocollo a destra vi è l'associazione corretta tra cifra e valore posizionale nel numero 150,086, ma una perdita di controllo sulla parte decimale porta alla scelta della risposta non corretta.							

Quale numero corrisponde a 15 decine e 86 millesimi?

A. ☒ 150,086 *h da u d c m*
da

B. ☐ 150,86

C. ☐ 15,86

D. ☐ 15,086

A. ☐ 150,086

B. ☒ 150,86 *15,086 NO*

C. ☐ 15,86 *da NO*

NO D. ☒ 15,086

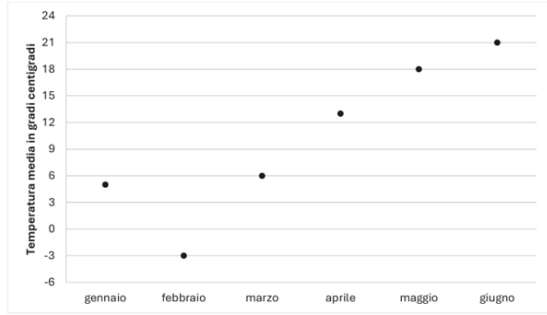
150,086
h u d c m
da

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D3. In una scuola di solito si acquistano 6 chilogrammi di pane al giorno per i 100 bambini che pranzano in mensa. Oggi 25 bambini sono in gita e non pranzano in mensa. Quanti chilogrammi di pane bisogna acquistare per i bambini rimasti a scuola? A. ☐ 5,5 chilogrammi, infatti occorre mezzo chilo di pane in meno B. ☐ 3 chilogrammi, infatti occorre la metà del pane C. ☐ 4,5 chilogrammi, infatti occorre un quarto del pane in meno D. ☐ 5 chilogrammi, infatti occorre un chilogrammo di pane in meno		RELAZIONI E FUNZIONI					
		DIMENSIONE					
		Risolvere problemi					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. OBIETTIVO Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Utilizzare la relazione tra due quantità per risolvere una situazione problematica					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
C	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D3	2,6%	19,7%	10,1%	52,6%	15,1%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda presenta un contesto reale in cui si richiede di utilizzare la relazione tra due quantità (i <i>chilogrammi di pane al giorno</i> e il numero di <i>bambini che pranzano in mensa</i>) per determinare come cambia una delle due quantità al variare dell'altra, collegando una giustificazione appropriata. Il testo presenta le due condizioni da considerare: per 100 bambini servono 6 chilogrammi di pane al giorno; il giorno della gita, sono rimasti a scuola 75 bambini perché 25 sono assenti. Servirà dunque meno pane. Sono possibili diverse strategie di risoluzione: individuare la quantità di pane necessaria per un bambino (0,06 chilogrammi) e successivamente moltiplicarla per 75 ottenendo 4,5 chilogrammi, oppure ragionare in termini di proporzionalità. 25 bambini assenti sono $\frac{1}{4}$ di tutti i bambini (si veda il protocollo sotto, a sinistra), quindi servirebbe $\frac{1}{4}$ in meno della usuale quantità di pane, cioè 4,5 kg. Il protocollo sotto, a destra, presenta un ragionamento che si appoggia alla relazione di proporzionalità: la quantità di pane cambia in corrispondenza del numero di bambini. Prima si considera la metà di 6 kg per 50 bambini ("50 BAMBINI = 3 kg DI PANE"), poi ancora la metà di 3 kg ("25 BAMBINI = 1,5 kg DI PANE") e infine si mettono insieme le informazioni per ottenere i "4,5 kg DI PANE" necessari.							
Quanti chilogrammi di pane bisogna acquistare per i bambini rimasti a scuola? A. ☐ 3 chilogrammi, infatti occorre la metà del pane B. ☐ 5,5 chilogrammi, infatti occorre mezzo chilo di pane in meno C. ☐ 5 chilogrammi, infatti occorre un chilogrammo di pane in meno D. ☒ 4,5 chilogrammi, infatti occorre un quarto del pane in meno 100 - 25 = 75 $\frac{1}{4}$				Quanti chilogrammi di pane bisogna acquistare per i bambini rimasti a scuola? A. ☒ 4,5 chilogrammi, infatti occorre un quarto del pane in meno B. ☐ 5 chilogrammi, infatti occorre un chilogrammo di pane in meno C. ☐ 5,5 chilogrammi, infatti occorre mezzo chilo di pane in meno D. ☐ 3 chilogrammi, infatti occorre la metà del pane 100 BAMBINI = 6 Kg DI PANE 50 BAMBINI = 3 Kg DI PANE 25 BAMBINI = 1,5 Kg DI PANE 75 BAMBINI = 4,5 Kg DI PANE			

[illegible]

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																							
D5. Lorenzo ha due termometri. Un termometro è appeso in casa e uno in giardino. Termometro in casa  Temperatura indicata: 21° Termometro in giardino  Temperatura indicata: - 4° Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F). <table><tr><th></th><th></th><th>V</th><th>F</th></tr><tr><td>1.</td><td>Il termometro in giardino segna 17° in meno rispetto a quello in casa</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>2.</td><td>Se la temperatura esterna aumenterà di 10°, il termometro in giardino segnerà 14°</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>3.</td><td>Il termometro in giardino segna una temperatura maggiore di - 5°</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>4.</td><td>Se la temperatura esterna diminuirà di 4°, il termometro in giardino segnerà 0°</td><td>☐</td><td>☐</td></tr></table>				V	F	1.	Il termometro in giardino segna 17° in meno rispetto a quello in casa	☐	☐	2.	Se la temperatura esterna aumenterà di 10°, il termometro in giardino segnerà 14°	☐	☐	3.	Il termometro in giardino segna una temperatura maggiore di - 5°	☐	☐	4.	Se la temperatura esterna diminuirà di 4°, il termometro in giardino segnerà 0°	☐	☐	NUMERI DIMENSIONE Conoscere RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ. TRAGUARDO Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...). OBIETTIVO Interpretare i numeri interi negativi in contesti concreti. SCOPO DELLA DOMANDA Operare con i numeri interi in contesto per stabilire la verità o falsità di alcune affermazioni			
		V	F																						
1.	Il termometro in giardino segna 17° in meno rispetto a quello in casa	☐	☐																						
2.	Se la temperatura esterna aumenterà di 10°, il termometro in giardino segnerà 14°	☐	☐																						
3.	Il termometro in giardino segna una temperatura maggiore di - 5°	☐	☐																						
4.	Se la temperatura esterna diminuirà di 4°, il termometro in giardino segnerà 0°	☐	☐																						
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																							
F ; F ; V ; F		Item	Mancante	Errata	Corretta																				
		D5	0,7%	46,5%	52,8%																				
COMMENTI E OSSERVAZIONI																									
La domanda presenta un contesto reale che considera due termometri collocati in ambienti diversi: uno interno (in casa) che segna 21 °C e uno esterno (in giardino) che segna -4° C. Il contesto rispecchia situazioni note o familiari, rendendo il compito più concreto e significativo. Non si tratta tuttavia di un compito puramente esecutivo di lettura dei valori della temperatura sul termometro, poiché è necessario elaborare le informazioni per stabilire la verità o falsità di quattro affermazioni che concernono confronti tra temperature e inferenze logiche su variazioni di temperature. La risposta è considerata corretta se sono corrette tre su quattro delle scelte operate. La prima affermazione riguarda il fatto che <i>Il termometro in giardino segna 17° in meno rispetto a quello in casa</i>. Anche senza competenze di calcolo con i numeri negativi si può individuare facilmente che l'affermazione è falsa poiché 17 gradi in meno rispetto a 21 gradi corrisponderebbero a 4 gradi, non a -4 gradi come dichiarato. La seconda affermazione propone uno scenario ipotetico: <i>Se la temperatura esterna aumenterà di 10°, il termometro in giardino segnerà 14°</i>. È possibile smentire questa affermazione in più modi: per esempio, partire da -4 °C e aggiungere 10°C, lavorando direttamente sul disegno del termometro esterno, per ottenere 6 °C, in conflitto con l'indicazione fornita (14 °C). La terza affermazione sostiene che <i>Il termometro in giardino segna una temperatura maggiore di -5°</i>. Per verificare che l'affermazione è vera occorre il confronto tra -4 °C e -5 °C, operabile direttamente sul disegno. Poiché -4 è maggiore di -5 (più vicino allo zero sulla retta dei numeri), l'affermazione è vera. La quarta affermazione, infine, presenta un nuovo scenario ipotetico: <i>Se la temperatura esterna diminuirà di 4°, il termometro in giardino segnerà 0°</i>. Partendo da -4 °C e sottraendo altri 4 °C, si ottiene -8 °C, non 0 °C come proposto. Quindi l'affermazione è falsa. Il compito coinvolge l'ordinamento dei numeri interi negativi, aspetto di fondamentale importanza per poter operare in contesti di vita reale.																									

D6. Il grafico rappresenta le temperature medie rilevate ogni mese in una città nei primi sei mesi dell'anno.



a. Una delle seguenti frasi descrive l'andamento della temperatura media rappresentato nel grafico. Quale?

A.☐ Nei primi sei mesi la temperatura media è stata costante

B.☐ Da un mese al mese successivo la temperatura media è sempre aumentata

C.☐ Nei primi sei mesi la temperatura media è sempre stata inferiore ai 22°C

D.☐ Nei primi sei mesi la temperatura media è sempre stata superiore ai 3°C

b. Nei sei mesi considerati, qual è la differenza tra la temperatura media più bassa e la temperatura media più alta?

Risposta: la differenza è di gradi

AMBITO PREVALENTE

DATI E PREVISIONI

DIMENSIONE

Conoscere

RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.

TRAGUARDO

Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.

OBIETTIVO

Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.

SCOPO DELLA DOMANDA

Ricavare informazioni da dati rappresentati su un grafico a punti

RISPOSTA CORRETTA

a. C
b. 24

RISULTATI CAMPIONE

Item	Mancante	A	B	C	D
D6a	1,8%	9,5%	14,5%	65,2%	9,1%
Item	Mancante	Errata		Corretta	
D6b	7%	50,5%		42,6%	

COMMENTI E OSSERVAZIONI

La domanda richiede di ricavare informazioni da un grafico relativo all’andamento della temperatura media mensile in una città nei primi sei mesi dell’anno (gennaio-giugno) e, in particolare, di individuare quale, tra quattro affermazioni, descrive l’andamento rappresentato (item (a)) e di calcolare la differenza tra la temperatura media più alta e quella più bassa nei sei mesi (item (b)).

Il primo item permette un approccio qualitativo alla lettura olistica del grafico.

L’opzione di risposta A (*Nei primi sei mesi la temperatura media è stata costante*) intercetta una difficoltà legata alla lettura del grafico, dalla quale deriva l’interpretazione che la variazione della temperatura media rimanga costante, almeno da febbraio in poi.

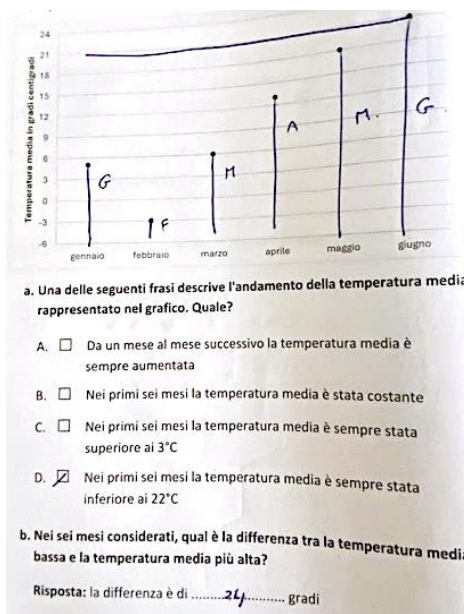
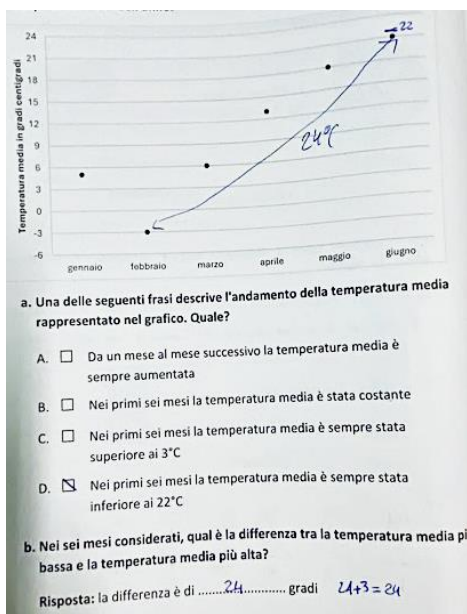
L’opzione di risposta B (*Da un mese al mese successivo la temperatura media è sempre aumentata*) rivela una comprensione parziale del grafico che tralascia la sola diminuzione della temperatura media (tra gennaio e febbraio), dato sufficiente a rendere falsa l’affermazione.

L’opzione di risposta D (*Nei primi sei mesi la temperatura media è sempre stata superiore ai 3 °C*) tralascia la temperatura media di febbraio e può accertare possibili incertezze legate alla gestione dei numeri negativi, ad esempio se è trascurato il segno in -3.

Per scegliere l’opzione di risposta corretta, C (*Nei primi sei mesi la temperatura media è sempre stata inferiore ai 22 °C*), occorre un controllo su un dato non esplicitato sul grafico: la scala sull’asse verticale non è unitaria, ma determinata da intervalli di ampiezza 3, e la temperatura di 22°C va riferita all’intervallo tra 21°C e 24 °C.

Il secondo item richiede di individuare la differenza in gradi tra i valori ‘estremi’ della temperatura, 21 °C e -3°C, cioè 24 °C. La differenza può essere ricavata attivando opportuni ragionamenti sul grafico, che non richiedono il calcolo tra numeri interi. I due protocolli seguenti forniscono due esempi: sui grafici sono appuntate informazioni per mantenere il controllo sul risultato della differenza. A sinistra,

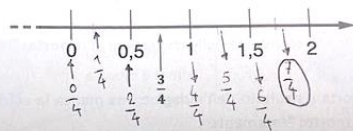
l'appunto a margine della risposta (" $21+3 = 24$ ") rileva una comprensione della differenza tra i due valori della temperatura (anche i rispettivi punti sul grafico sono collegati da una freccia con a fianco la scritta " $24\text{ }^{\circ}\text{C}$ "). A destra, ogni punto è collegato alla 'base' del grafico da un segmento tracciato verticalmente e una linea orizzontale è tracciata in corrispondenza del punto più alto. È plausibile che questo summit, posto ad altezza 21 gradi, insieme ai segmenti verticali corrispondenti ai mesi di febbraio e giugno, abbia supportato la ricerca della 'distanza' tra i valori della temperatura nei due mesi, attraverso l'addizione ripetuta della differenza di 3 gradi che corrisponde alla scala dell'asse verticale.



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE						
D7. Osserva questa retta dei numeri. $\frac{3}{4}$ è un numero compreso tra 0,5 e 1.  $\frac{7}{4}$ è un numero compreso tra A. ☐ 0 e 0,5 B. ☐ 0,5 e 1 C. ☐ 1 e 1,5 D. ☐ 1,5 e 2		NUMERI						
		DIMENSIONE						
		Conoscere						
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.						
		TRAGUARDO Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...). OBIETTIVO <i>Rappresentare i numeri conosciuti sulla retta e utilizzare scale graduate in contesti significativi per le scienze e per la tecnica.</i>						
		SCOPO DELLA DOMANDA						
		Posizionare una data frazione sulla retta dei numeri						
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE						
D	Item	Mancante	A	B	C	D		
	D7	2,0%	5,0%	12,0%	23,1%	57,8%		
COMMENTI E OSSERVAZIONI								
La domanda richiede di posizionare una data frazione ($\frac{7}{4}$) su una retta dei numeri la cui scala è frazionaria (0,5). Le opzioni di risposta possibili presentano degli intervalli numerici, quindi la richiesta è una stima, che può appoggiarsi all’immagine fornita della retta e all’informazione testuale iniziale: $\frac{3}{4}$ è un numero compreso tra 0,5 e 1. La retta è qui uno strumento prezioso per mediare tra intuizioni spaziali e la definizione di numero razionale. È inoltre necessario operare conversioni tra il registro visivo e il registro numerico e anche mettere in relazione due diverse scritture di un numero razionale, frazionaria e decimale. Le opzioni di risposta considerano i quattro intervalli tra due tacche successive sulla retta dei numeri. Per scegliere l’intervallo atteso (i numeri tra 1,5 e 2), è dunque necessario mantenere il controllo su tutte le informazioni fornite, nei diversi registri e sul posizionamento di $\frac{3}{4}$ sulla retta. L’opzione di risposta A può richiamare l’interpretazione di $\frac{7}{4}$ come ‘qualcosa di molto piccolo’, associando erroneamente le frazioni a numeri decimali prossimi allo 0. L’opzione di risposta B può legarsi alla difficoltà di pensare $\frac{4}{7}$ (anziché a $\frac{7}{4}$), che equivale a circa 0,57, un numero nell’intervallo tra 0,5 e 1. L’opzione di risposta C si riferisce al terzo intervallo, interpretando $\frac{7}{4}$ come $\frac{3}{4}+1$ e attribuendo scala unitaria alla retta, ovvero ampiezza 1 all’intervallo tra due tacche successive. I protocolli sotto mostrano strategie di ragionamento efficaci, diverse ma complementari, per individuare la risposta corretta. A sinistra, la metrica della retta è associata alla scrittura in frazione (veicolata dalla distanza tra $\frac{3}{4}$ e 1) di tutti i numeri decimali già presenti sulla retta e di quelli intermedi agli intervalli, al fine di individuare la posizione di $\frac{7}{4}$, tra 1,5 e 2. A destra, il ragionamento parte dall’uguaglianza tra 1 e $\frac{4}{4}$ ($\frac{4}{4}=1$) e procede per quarti successivi alla ricerca della scrittura decimale del numero da posizionare sulla retta ($\frac{7}{4}=1,75$). Principalmente si lavora nel registro numerico, ma è chiaro il riconoscimento del fatto che si procede sempre aggiungendo 0,25 (informazione ricavabile dalla retta).								

D11. Osserva questa retta dei numeri.

$\frac{3}{4}$ è un numero compreso tra 0,5 e 1.

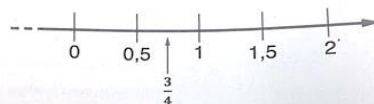


$\frac{7}{4}$ è un numero compreso tra

- A. ☐ $0,5 \text{ e } 1$
B. ☐ $0 \text{ e } 0,5$
C. ☒ $1,5 \text{ e } 2$
D. ☐ $1 \text{ e } 1,5$

D25. Osserva questa retta dei numeri.

$\frac{3}{4}$ è un numero compreso tra 0,5 e 1.

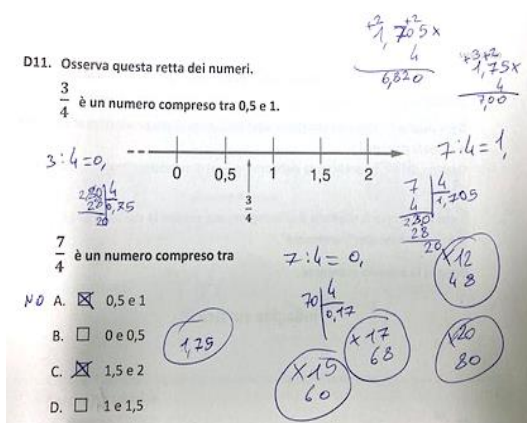


$\frac{7}{4}$ è un numero compreso tra

- A. ☐ 1 e 1,5
B. ☒ 1,5 e 2
C. ☐ 0 e 0,5
D. ☐ 0,5 e 1

$$\begin{array}{l} \frac{4}{4} = 1 \\ \frac{5}{4} = 1,25 \\ \frac{6}{4} = 1,50 \\ \boxed{\frac{7}{4} = 1,75} \\ \frac{8}{4} = 2 \end{array}$$

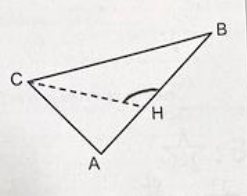
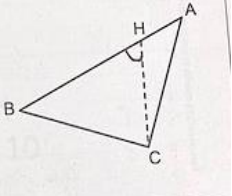
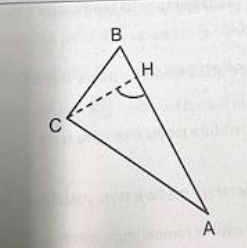
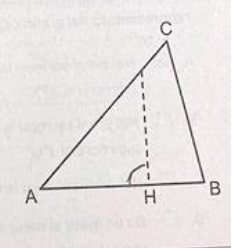
Il protocollo seguente, invece, mostra che un'altra possibile strategia di ragionamento può vertere sulla divisione. Prima si è verificato che 3:4 fosse 0,75 (alla sinistra della retta), poi con aggiustamenti vari dei calcoli e avvicinamenti successivi (tutti nella parte destra del protocollo), si arriva al numero cercato, individuando che 7:4 è uguale a "1,75".

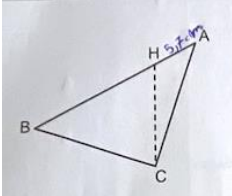
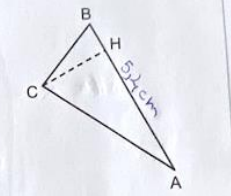
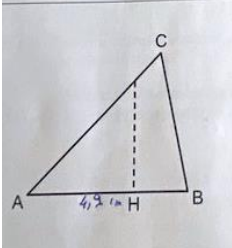
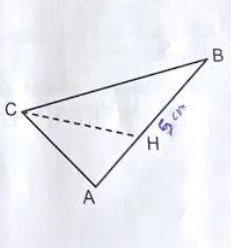


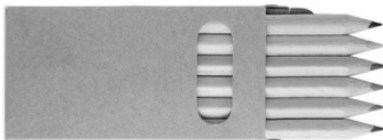
Nota. Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe seconda primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D6).

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D8. Laura vuole preparare dello sciroppo alla menta usando le dosi indicate in questa ricetta. SCIROPPO ALLA MENTA 200 mL acqua 20 g foglie di menta 100 g zucchero SCIROPPO ALLA MENTA 200 mL acqua 20 g foglie di menta 100 g zucchero Laura usa 800 mL di acqua. Quanti grammi di foglie di menta deve utilizzare? Risposta: grammi		RELAZIONI E FUNZIONI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. OBIETTIVO Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Utilizzare la relazione di proporzionalità per ricavare le dosi di un ingrediente in una ricetta			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
80	Item	Mancante	Errata	Corretta	
	D8	2,6%	31,5%	66,0%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda presenta un contesto reale nel quale è fornita una ricetta per <i>preparare dello sciroppo alla menta</i> e richiede di ricavare la quantità di un ingrediente al variare della quantità di un altro. Se <i>Laura usa 800 mL di acqua</i> invece dei 200 mL di acqua indicati nella ricetta, quadruplica la quantità di acqua utilizzata ($200 \times 4 = 800$) e dunque anche le dosi degli altri ingredienti devono essere moltiplicate per il fattore 4 per mantenere le proporzioni corrette, quindi servono <i>80 grammi</i> di foglie di menta. I protocolli qui sotto mostrano strategie di ragionamento efficaci che si basano sulla relazione di proporzionalità in modi diversi. A sinistra, il fattore moltiplicativo ("$\times 4$") è esplicitato per ogni ingrediente della ricetta: una freccia collega il numero da moltiplicare per 4 con la nuova dose da utilizzare ("<i>800 mL</i>", "<i>80 g</i>" e "<i>400 g</i>"). Al centro, l'attenzione è posta solo sulla dose di acqua e su quella di foglie di menta ("$20 \times 4 = 80g$"). A destra la strategia è additiva ("$+20$" ripetuto tre volte) per mettere in relazione le quantità di acqua: "<i>200 mL</i>", "<i>400 mL</i>", "<i>600 mL</i>", "<i>800 mL</i>" e la corrispondente quantità di foglie di menta: "<i>20 g</i>", "<i>40 g</i>", "<i>60 g</i>", "<i>80 g</i>".					
Preparare dello sciroppo alla menta usando le dosi indicate in questa ricetta. SCIROPPO ALLA MENTA 200 mL acqua 20 g foglie di menta 100 g zucchero SCIROPPO ALLA MENTA 200 mL acqua 20 g foglie di menta 100 g zucchero Laura usa 800 mL di acqua. Quanti grammi di foglie di menta deve utilizzare? Risposta:80..... grammi Preparare dello sciroppo alla menta usando le dosi indicate in questa ricetta. SCIROPPO ALLA MENTA 200 mL acqua 20 g foglie di menta 100 g zucchero SCIROPPO ALLA MENTA 200 mL acqua 20 g foglie di menta 100 g zucchero Laura usa 800 mL di acqua. Quanti grammi di foglie di menta deve utilizzare? Risposta:80..... grammi D13. Laura vuole preparare dello sciroppo alla menta usando le dosi indicate in questa ricetta. SCIROPPO ALLA MENTA 200 mL acqua 20 g foglie di menta 100 g zucchero SCIROPPO ALLA MENTA 200 mL acqua 20 g foglie di menta 100 g zucchero Laura usa 800 mL di acqua. Quanti grammi di foglie di menta deve utilizzare? Risposta:80..... grammi					

[illegible]

 A. ☐ Triangolo 1	 B. ☐ Triangolo 2
 C. ☒ Triangolo 3	 D. ☐ Triangolo 4

 A. ☐ Triangolo 1	 B. ☐ Triangolo 2
 C. ☐ Triangolo 3	 D. ☒ Triangolo 4

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE						
D10. Edoardo ha acquistato delle scatole di matite colorate uguali a quella che vedi nell'immagine.  Il numero di tutte le matite acquistate da Edoardo è divisibile per 3 e anche per 5. Quante scatole di matite colorate ha acquistato Edoardo? A. ☐ 6 scatole B. ☐ 8 scatole C. ☐ 10 scatole D. ☐ 12 scatole		NUMERI						
		DIMENSIONE						
		Risolvere problemi						
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.						
		TRAGUARDO						
		Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.						
		OBIETTIVO						
		Eseguire la divisione con resto fra numeri naturali; individuare multipli e divisori di un numero.						
		SCOPO DELLA DOMANDA						
		Utilizzare la nozione di divisibilità in contesto per risolvere una data situazione problematica						
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE						
C	Item	Mancante	A	B	C	D		
	D10	3,1%	23,5%	10,4%	48,0%	15,1%		
COMMENTI E OSSERVAZIONI								
La domanda presenta una situazione problematica in cui è richiesto di stabilire il numero di <i>scatole</i> (tutte uguali) <i>di matite</i> acquistate da Edoardo, tenendo in considerazione due vincoli: la divisibilità <i>per 3 e anche per 5</i> del numero complessivo di matite; il fatto che ciascuna scatola contenga 6 matite, informazione veicolata dall'immagine presentata nello stimolo. L'opzione di risposta A (6 scatole) si incentra semplicemente sulla riproduzione del numero 6, il numero di matite veicolato dall'immagine. È possibile escludere tale alternativa riconducendo le 6 scatole a 36 matite, dove 36 è divisibile per 3 ma non per 5. L'opzione di risposta B (8 scatole) considera come numero di scatole il numero che si ottiene come somma di 3 e 5, i soli due dati numerici presenti nel testo. Anche questa opzione può essere esclusa per il fatto che 8 scatole corrispondono a 48 matite, con 48 numero divisibile per 3 ma non per 5. L'opzione di risposta D (12 scatole) conduce a 72 matite e 72 è un numero ancora divisibile per 3 ma non per 5. La scelta potrebbe essere dettata da una strategia di massimizzazione basata sul fatto che il numero più grande disponibile, aumenta la possibilità di soddisfare i vincoli richiesti. Se questo tipo di ragionamento può funzionare in alcuni contesti, in questo caso si rivela tuttavia fuorviante. La risposta corretta dell'opzione C (10 scatole) presuppone di ragionare su 60 matite, numero che ha molti divisori, diversi dei quali minori di dieci. Per operare la scelta, occorrono modalità di controllo perché siano soddisfatte entrambe le condizioni di divisibilità. I protocolli seguenti esemplificano delle modalità di controllo. In entrambi i casi sono vagliate alcune delle opzioni: a sinistra, le opzioni 10 scatole e 12 scatole, dove la seconda è esclusa ("NO"; è qui applicata la proprietà distributiva del prodotto rispetto alla somma) e la prima scelta; a destra, le opzioni 6, 8 e 10 scatole, con l'esplicitazione della divisibilità per 3 o per 5 solo laddove presente. Ecco che le 10 scatole sono scelte nei due casi perché 60 soddisfa entrambe le divisibilità: "60:3 = 20" e "60:5 = 12".								



Il numero di tutte le matite acquistate da Edoardo è divisibile per 3 e anche per 5.
Quante scatole di matite colorate ha acquistato Edoardo?

A. ☒ 10 scatole
B. ☐ 12 scatole
C. ☐ 6 scatole
D. ☐ 8 scatole

NO
 $6 \times 10 = 60$
 $6 \times 12 = 72$
 $60 + 12 = 72$
 $6 \times 10 = 60$
 $60 : 3 = 20$
 $60 : 5 = 12$



Il numero di tutte le matite acquistate da Edoardo è divisibile per 3 e
Quante scatole di matite colorate ha acquistato Edoardo?

A. ☐ 6 scatole $6 \times 6 = 36$ $36 : 3 = 12$
 B. ☐ 8 scatole $6 \times 8 = 48$
 C. ☒ 10 scatole $6 \times 10 = 60$ $60 : 3 = 20$ $60 : 5 = 12$
 D. ☐ 12 scatole

Il protocollo qui sotto mostra che in un primo tempo è stata intrapresa una strada interpretativa non appropriata, con l'interferenza lessicale tra *scatole* e *matite*, che porta a un controllo della proprietà di divisibilità sul numero di scatole anziché sul numero di matite. Un "NO" a margine circonda il lavoro che indaga uno per uno 6, 8, 10, 12 mediante la divisione per 3 e, laddove necessario, per 5. Poi un cambio di strategia riporta il ragionamento sui significati nel contesto, al numero complessivo di matite, il cui calcolo è esplicitato a sinistra delle opzioni (" $6 \times 6 = 36$ ", " $6 \times 8 = 48$ ", " $6 \times 10 = 60$ " e " $6 \times 12 = 72$ "), e su di esso è effettuato il controllo della divisibilità, che porta alla scelta definitiva di *10 scatole*.

D10. Edoardo ha acquistato delle scatole di matite colorate uguali a quella che nell'immagine.



Il numero di tutte le matite acquistate da Edoardo è divisibile per 3 e anche
Quante scatole di matite colorate ha acquistato Edoardo?

A. ☐ 6 scatole $6 : 3 = 2$ $6 : 5 = 1,2$
 B. ☐ 8 scatole $8 : 3 = 2,66$
 C. ☒ 10 scatole $10 : 3 = 3,33$
 D. ☐ 12 scatole $12 : 3 = 4$ $12 : 5 = 2,4$

NO

Un ultimo esempio mostra difficoltà di gestione delle relazioni numeriche presenti nell'immagine e nel testo. Si osserva qui la scelta della risposta errata *6 scatole*. Il ragionamento si appoggia al disegno di 6 scatole contenenti 6 matite ciascuna, rappresentazione corretta ma che non supporta il ragionamento. Sembra esserci un trattamento inopportuno del concetto di divisibilità, che compare solo nella scrittura " $15 : 6 =$ ", la quale considera 15 plausibilmente come il prodotto di 3 e 5 e 6 come il numero di matite in ogni scatola. L'aggancio sembra essere dunque ai numeri presenti nel testo, senza collegamento ai significati.

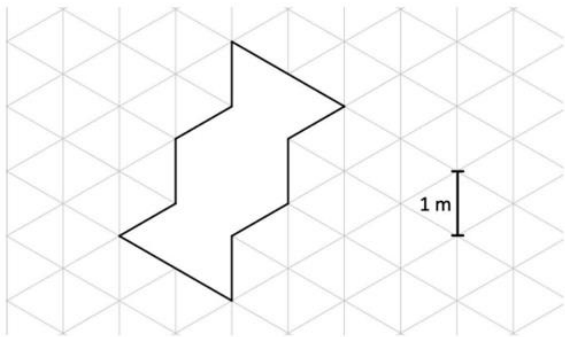


Il numero di tutte le matite acquistate da Edoardo è divisibile per 3 e anche per 5.
Quante scatole di matite colorate ha acquistato Edoardo?

A. ☐ 10 scatole
B. ☐ 12 scatole
C. ☒ 6 scatole
D. ☐ 8 scatole

$15 : 6 =$

[illegible]

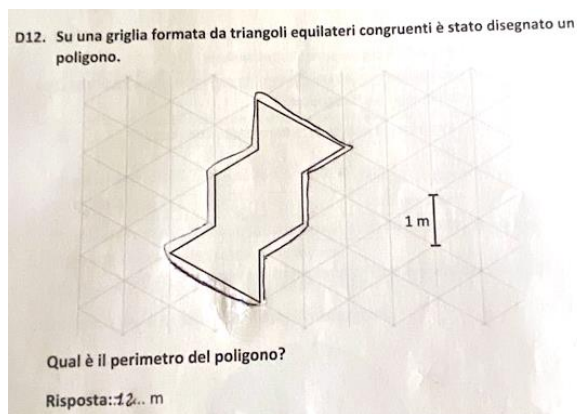
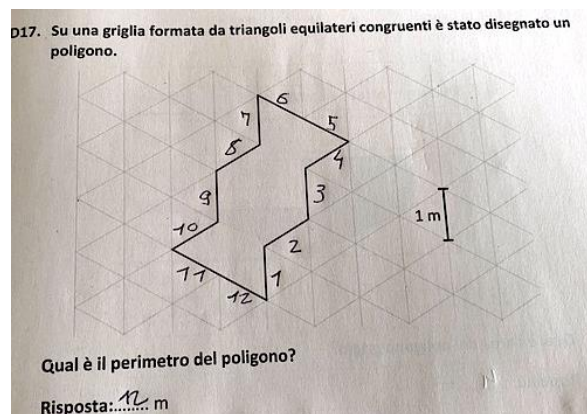
DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
D12. Su una griglia formata da triangoli equilateri congruenti è stato disegnato un poligono.  Qual è il perimetro del poligono? Risposta:..... m	SPAZIO E FIGURE
	DIMENSIONE
	Conoscere
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
	TRAGUARDO Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.
	OBIETTIVO <i>Determinare il perimetro di una figura utilizzando le più comuni formule o altri procedimenti.</i>
	SCOPO DELLA DOMANDA Individuare il perimetro di una figura disegnata su una griglia isometrica

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE			
12	Item	Mancante	Errata	Corretta
	D12	3,4%	26,4%	70,2%

COMMENTI E OSSERVAZIONI

La domanda fornisce nello stimolo *un poligono* disegnato su una *griglia isometrica* (formata da triangoli equilateri tutti congruenti tra loro, con il lato lungo 1 metro) e richiede di individuare il perimetro del poligono, cioè 12 metri.

Strategie di risoluzione efficaci risiedono nel tenere traccia di ogni segmento lungo 1 metro mentre si opera il conteggio, ad esempio, numerando progressivamente i segmenti (protocollo a sinistra) oppure ripercorrendoli dall'inizio alla fine (protocollo a destra).

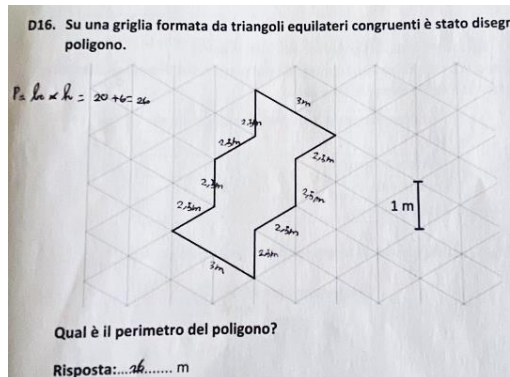
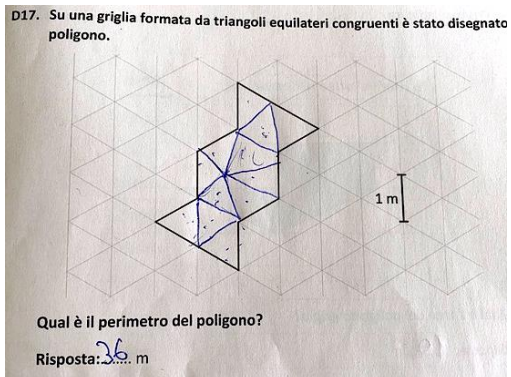


Difficoltà tipiche si legano al fatto di contare alcuni segmenti due volte, specialmente negli angoli dove cambia la direzione, oppure al fatto di 'perdere' segmenti, ad esempio quando la figura presenta delle rientranze o delle sporgenze.

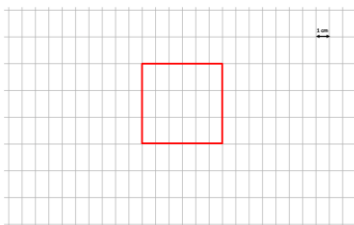
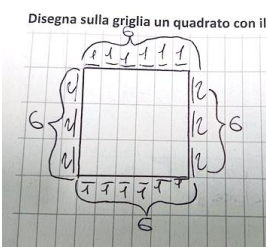
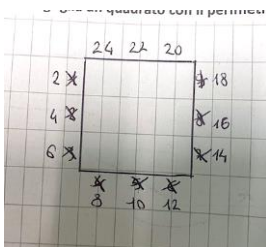
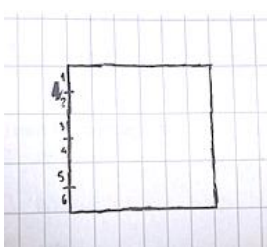
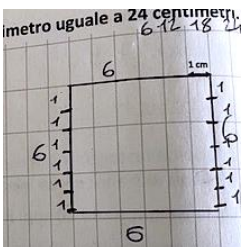
Si possono manifestare anche difficoltà di altra natura. Per esempio, nel protocollo sotto, a sinistra, sono stati individuati i dodici triangoli in cui è scomponibile il poligono e per ciascuno di essi si è considerato il perimetro (3 m) così da ottenere una lunghezza totale pari a "36" metri ($12 \times 3 = 36$).

Il protocollo a destra mostra alcune interferenze: misure in metri associate ai lati della figura ("2,5 m" e "3 m", trascurando l'informazione sulla lunghezza 1 fornita sulla griglia; tra l'altro, il lato più lungo ha proprio lunghezza 3 cm, che può essere verificata utilizzando un righello) per determinare il perimetro

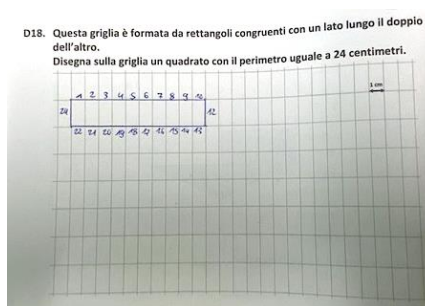
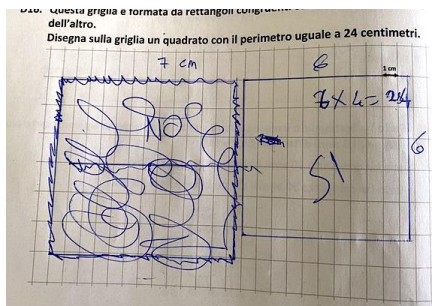
("20+6 = 26", dove 20 deriva da 2,5 considerato 8 volte e 6 da 3 considerato 2 volte), uguagliato però a margine a " $b \times h$ ", che richiama un'area.



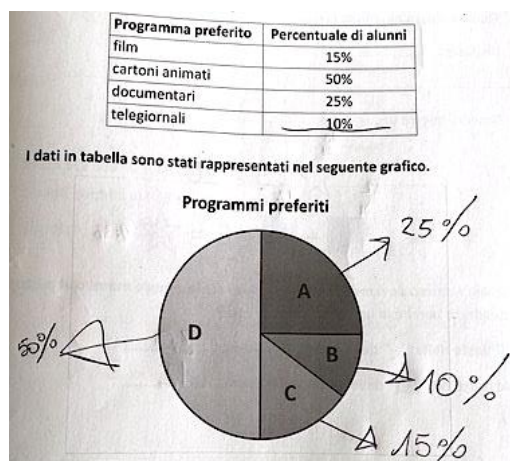
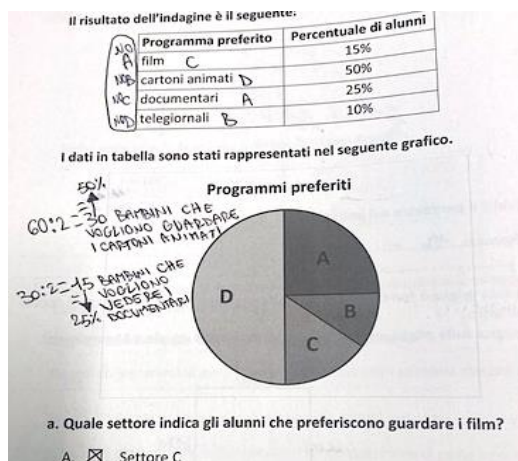
Nota. Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe seconda primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D17).

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE			
D13. Questa griglia è formata da rettangoli congruenti con un lato lungo il doppio dell'altro. Disegna sulla griglia un quadrato con il perimetro uguale a 24 centimetri. 	SPAZIO E FIGURE			
	DIMENSIONE			
	Risolvere problemi			
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
	TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. OBIETTIVO <i>Determinare il perimetro di una figura utilizzando le più comuni formule o altri procedimenti.</i>			
SCOPO DELLA DOMANDA	Disegnare un quadrato su una griglia non monometrica, noto il suo perimetro			
RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE			
	Item	Mancante	Errata	Corretta
	D13	7,9%	46,8%	45,3%
COMMENTI E OSSERVAZIONI				
La domanda richiede di disegnare un quadrato con perimetro assegnato (24 cm) su una griglia formata da rettangoli tutti congruenti tra loro. Sono inoltre fornite due informazioni: l'unità sulla griglia (1 cm) e la relazione, data nel testo, tra i lati adiacenti di ciascun rettangolo della griglia (uno <i>lungo il doppio dell'altro</i>). Per disegnare il quadrato atteso in maniera efficace, è necessario attuare sistemi di controllo della natura non monometrica della griglia. I protocolli seguenti mostrano alcuni esempi. Alcune volte l'attenzione è posta sull'intervallo di 2 unità che è suddiviso a metà per poter misurare la lunghezza 6 cm per ciascun lato verticale (primi due protocolli da sinistra). Altre volte il controllo sulla lunghezza del perimetro avviene per passi di 2 unità sia sui lati verticali sia su quelli orizzontali (terzo protocollo da sinistra) oppure in modo misto sfruttando la natura non monometrica della griglia (protocollo a destra). 				
Difficoltà tipiche si manifestano per una mancanza di controllo sulla griglia, laddove sia individuata la lunghezza del lato del quadrato mediante la misura con il righello (come nel caso dell'esempio sotto, a				

sinistra) oppure laddove venga meno la condizione relativa al fatto che la figura da disegnare sia un quadrato (esempio a destra).



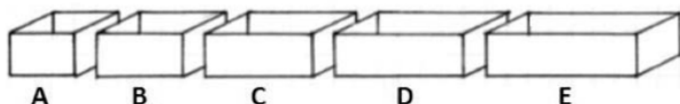
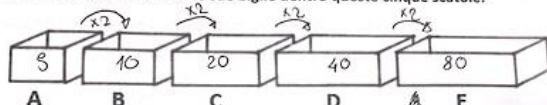
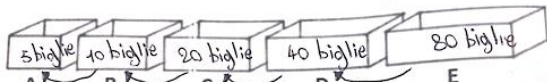
DOCUMENTARI"). A destra, la scelta del settore opportuno è legata al confronto tra i valori delle percentuali.



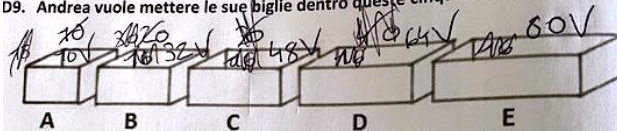
Per rispondere al secondo item è necessario ricavare il numero di alunni associato alla percentuale, ma si trovano risposte che indicano la percentuale invece del numero di alunni, come nell'esempio che segue.

b. Quanti alunni preferiscono guardare i documentari?

Risposta:25%.... alunni

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D15. Andrea vuole mettere le sue biglie dentro queste cinque scatole.  Ha già messo alcune biglie nella scatola A, la più piccola, poi ne mette il doppio nella scatola B. Prosegue mettendo sempre un numero di biglie doppio rispetto al numero di biglie contenute nella scatola precedente. Alla fine, nella scatola E, la più grande, ci sono 80 biglie. Quante biglie ci sono nella scatola A? Risposta: biglie		RELAZIONI E FUNZIONI			
		DIMENSIONE			
		Argomentare			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici. OBIETTIVO Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure.			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Determinare un numero di oggetti sulla base dei vincoli assegnati in un testo			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
5	Item	Mancante	Errata	Corretta	
	D15	3,9%	37,3%	58,8%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda richiede di utilizzare la relazione di <i>doppio</i> più volte per connettere il numero di oggetti contenuti in una scatola con quelli contenuti nella scatola successiva, in una sequenza di cinque scatole rappresentate in un'immagine, dalla più piccola alla più grande. La regolarità con cui il numero di oggetti aumenta è espressa a parole. Conoscendo il numero delle biglie nella scatola più grande (80) si chiede di ragionare all'indietro per determinare le biglie nella scatola più piccola. Strategie di risoluzione efficaci per rispondere "5" (<i>biglie</i>) si appoggiano al lavoro sulla rappresentazione delle scatole, con la moltiplicazione o la divisione per 2 esplicitate mediante frecce che indicano il passaggio da una scatola alla successiva o da una scatola alla precedente e il numero di biglie scritto sulle scatole. I protocolli seguenti esemplificano entrambi questi approcci.					
115. Andrea vuole mettere le sue biglie dentro queste cinque scatole.  Ha già messo alcune biglie nella scatola A, la più piccola, poi ne mette il doppio nella scatola B. Prosegue mettendo sempre un numero di biglie doppio rispetto al numero di biglie contenute nella scatola precedente. Alla fine, nella scatola E, la più grande, ci sono 80 biglie. Quante biglie ci sono nella scatola A? Risposta:5..... biglie		122. Andrea vuole mettere le sue biglie dentro queste cinque scatole.  Ha già messo alcune biglie nella scatola A, la più piccola, poi ne mette il doppio nella scatola B. Prosegue mettendo sempre un numero di biglie doppio rispetto al numero di biglie contenute nella scatola precedente. Alla fine, nella scatola E, la più grande, ci sono 80 biglie. Quante biglie ci sono nella scatola A? Risposta:5..... biglie			
Difficoltà possono derivare dalla comprensione del testo o dall'interpretazione della rappresentazione. Ad esempio, nel protocollo qui sotto il ragionamento si focalizza sulla divisione di 80 per 5 ("16"), prima concependo 80 come risultato di un'addizione ripetuta (ancora una regolarità ma diversa da quella espressa nel testo), per poi procedere a ritroso sottraendo 16 ogni volta che si passa alla scatola precedente, fino ad arrivare alla scatola A ("64" ottenuto da 80-16, "48", "32" e "16").					

D9. Andrea vuole mettere le sue biglie dentro queste cinque scatole.



Ha già messo alcune biglie nella scatola A, la più piccola, poi ne mette il doppio nella scatola B.

Prosegue mettendo sempre un numero di biglie doppio rispetto al numero di biglie contenute nella scatola precedente.

Alla fine, nella scatola E, la più grande, ci sono 80 biglie.

Quante biglie ci sono nella scatola A?

Risposta:16..... biglie

$$\begin{array}{r} 80 \\ - 5 \\ \hline 75 \\ - 30 \\ \hline 45 \\ - 30 \\ \hline 15 \end{array}$$

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D16. Camilla ha comprato un paio di sandali e un paio di scarpe da ginnastica. In totale ha speso 140 euro. Per le scarpe da ginnastica Camilla ha speso 20 euro in più rispetto ai sandali. Quanto ha speso per i sandali? A. ☐ 70 euro B. ☐ 60 euro C. ☐ 80 euro D. ☐ 120 euro		RELAZIONI E FUNZIONI					
		DIMENSIONE					
		Risolvere problemi					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. OBIETTIVO Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Ricavare il costo di un oggetto in una data situazione problematica					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
B	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D16	1,4%	8,1%	43,9%	12,2%	34,5%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda presenta una situazione problematica in cui è richiesto di determinare il costo di un paio di sandali sapendo che differisce di 20 euro dal costo di un paio di scarpe da ginnastica e che il costo di entrambe le calzature è 140 euro. Per rispondere 60 euro è prima necessario comprendere dal testo che le scarpe da ginnastica sono più care dei sandali, interpretando correttamente la relazione 20 euro in più tra il costo dei due oggetti. Si può quindi procedere sottraendo 20 da 140 e dividendo per 2 il risultato ottenuto per ricavare il costo dei sandali. Le altre opzioni di risposta fornite considerano difficoltà tipiche legate alla comprensione oppure alla dimenticanza della relazione e, dunque, dell'espressione in più nel testo: 70 euro si riferisce, infatti, al risultato della divisione di 140 per 2; 80 euro è il costo ottenuto sommando 20 a 140 e dividendo per 2 il risultato ottenuto; infine, 120 euro deriva dalla semplice sottrazione di 20 euro da 140 euro. Esempi di ragionamento e di controllo sulla strategia risolutiva sono mostrati dai calcoli presenti sul lato destro nei protocolli che seguono.							
Quanto ha speso per i sandali? ☐ 80 euro ☐ 120 euro ☐ 70 euro ☒ 60 euro $70 + 20 = 90$ $140 - 90 = 50$ $140 - 20 = 120$ $120 : 2 = 60$ Quanto ha speso per i sandali? ☐ 80 euro ☐ 120 euro ☐ 70 euro ☒ 60 euro SANDALI 60 SCARPE SP 80 $140 - 20 = 120 ;$ $120 : 2 = 60$ 80 60 140							
Il protocollo a sinistra mostra la necessità di un controllo sull'opzione 70 euro, che porta a una relazione non corretta tra i costi dei due oggetti, che differirebbero di 40 euro ("70+20 = 90" e "140-90 = 50" euro,							

anziché 70 euro, risulterebbe infatti il costo attribuito ai sandali alla fine). Il protocollo a destra presenta un diagramma che permette di riassumere tutte le informazioni fornite nel testo, da cui si evince che il costo 140 euro può essere concepito come 2 volte il costo dei sandali ("60" ripetuto due volte sulla linea) più 20 euro ("20+" all'estremità destra della linea).

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE			
D17. 50 ragazzi partecipano a una vacanza in campeggio. Per dormire utilizzano le tende. In ogni tenda c'è posto al massimo per 6 ragazzi. Quante tende occorrono per far dormire tutti i ragazzi?  Chi ha ragione? Scegli la risposta corretta e completa la frase spiegando perché ha ragione. ☐ Ha ragione Gregorio perché ☐ Ha ragione Alessio perché	NUMERI			
	DIMENSIONE			
	Argomentare			
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
	TRAGUARDO Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri. OBIETTIVO Eseguire la divisione con resto fra numeri naturali; individuare multipli e divisori di un numero.			
SCOPO DELLA DOMANDA	Interpretare il resto di una divisione in contesto fornendo un'argomentazione			
RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE			
La risposta è ritenuta corretta e completa se l'alunno/a sceglie l'opzione "Ha ragione Gregorio" e nella spiegazione fa esplicitamente riferimento al perché è necessario avere almeno 9 tende per poter accogliere 50 ragazzi: occorre quindi esplicitare, in qualsiasi forma, il significato del resto. Esempi di risposte corrette <i>Ha ragione Gregorio perché...</i> - $50:6=8$ resto 2 e questo vuol dire che 8 tende non bastano, perché non c'è posto per 2 ragazzi. Esempi di risposte non accettabili <i>Ha ragione Gregorio perché...</i> - con 9 tende ci sono 54 posti - $50:6=8,33333...$ Esempi di risposte non corrette <i>Ha ragione Gregorio perché...</i> - [sono presenti errori matematici che inficiano l'argomentazione] oppure è selezionata l'opzione <i>Ha ragione Alessio perché...</i> Per altri esempi consultare la griglia di correzione.	Item	Mancante	Errata	Corretta
	D17	9,0%	46,1%	44,8%
COMMENTI E OSSERVAZIONI				
La domanda presenta un contesto di vita reale (<i>una vacanza in campeggio di 50 ragazzi</i>) nel quale si richiede di mettere a confronto le affermazioni di due ragazzi, espresse con testo e immagini, per decidere il numero di tende (8 o 9) che occorrono per il campeggio. Si richiede inoltre di esplicitare un ragionamento a sostegno della scelta. La verità o falsità delle due affermazioni dipende dal vincolo, presente nel testo, che <i>in ogni tenda</i> ci sia <i>posto al massimo per 6 ragazzi</i>.				

Per rispondere che *Ha ragione Gregorio*, occorre considerare la distribuzione del numero complessivo dei ragazzi nelle tende rispettando il vincolo fornito e ragionare su una divisione con resto ($50:6$). Poiché 50 non è multiplo di 6, è necessario attribuire al resto il significato opportuno nel contesto. È anche possibile superare 50 ragionando sui multipli di 6, oppure confrontare direttamente il risultato di 6×8 e di 6×9 con 50 per operare la scelta.

I protocolli seguenti fanno riferimento a entrambe le strategie, rispettivamente a sinistra e a destra, con l'esplicitazione del significato del resto in termini dei posti che restano vuoti ("*CON 9 TENDE AVANZANO ANCHE 4 POSTI*") o di quelli che si riempiono nella nona tenda ("*2 PERSONE*").

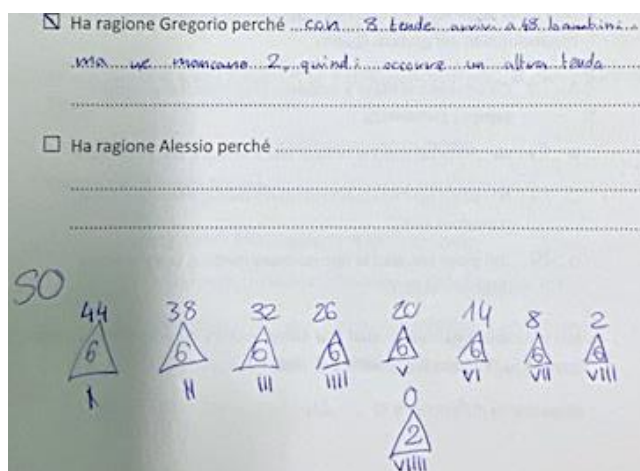
Perché ha ragione.

Ha ragione Gregorio perché *NON NE BASTANO 9*
PERCHÉ SE MUOVI 2 RAGAZZI NON
AVREBBERO UN POSTO, INVECE CON 9 TENDE
AVANZANO ANCHE 4 POSTI
 Ha ragione Alessio perché

Chi ha ragione? Scegli la risposta corretta e completa la frase spiegando perché ha ragione.

☒ Ha ragione Gregorio perché *60 RAGAZZI* ^{TENDA} *12 RAGAZZI* ^{TENDE}
7 42 TENDE 8 48 RAGAZZI 2 PERSONE

Il ricorso alle rappresentazioni è un altro elemento che può caratterizzare il ragionamento e attribuire senso al resto della divisione. Un esempio è mostrato nel protocollo qui sotto, dove le 9 tende sono presentate con forme triangolari ed etichettate con numeri romani (sebbene compaia "VIII" invece di IX). A partire dal resto "2" (inserito dentro il triangolo della nona tenda) è poi ricostruito, con otto passaggi, il processo all'indietro per controllare il ritorno ai 50 ragazzi che partecipano al campeggio ("2", "8", "14" e così via fino a "44" e "50").



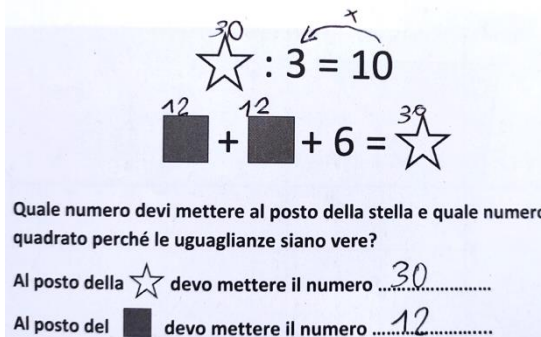
Una difficoltà tipica, rilevata da più protocolli, emerge proprio in relazione al significato da associare al resto in questo contesto e si può manifestare quando l'approccio è fortemente procedurale: si utilizzano i multipli di 6 ma ci si ferma al numero più vicino a 50, il che può indurre a scegliere che ha ragione Alessio (come nei protocolli seguenti). Nel protocollo a destra, l'argomentazione fornita a supporto di Alessio verte sul fatto che 48 "è più vicino a 50" mentre 54 "è più lontano da 50".

☒ Ha ragione Alessio perché *SE IL RICORDO È*
TAB. DA 6 ARRIVA A 48 QUINDI
8 TENDE

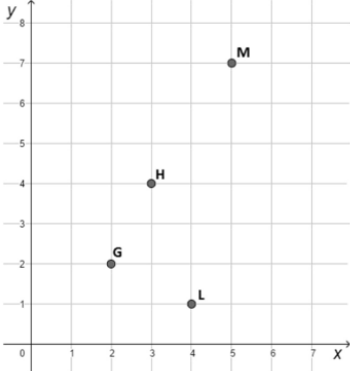
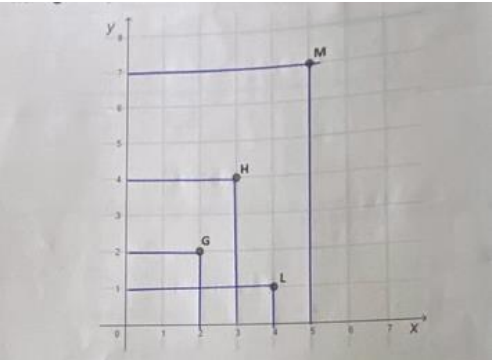
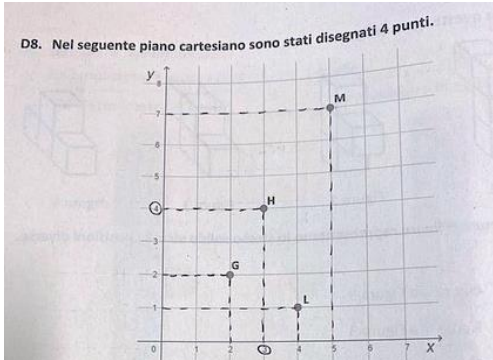
6 - 12 - 18 - 24 - 30 - 36 - 42 -
48 - 54 - 60

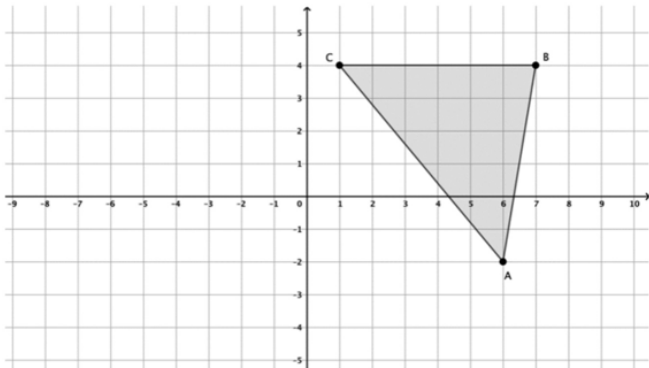
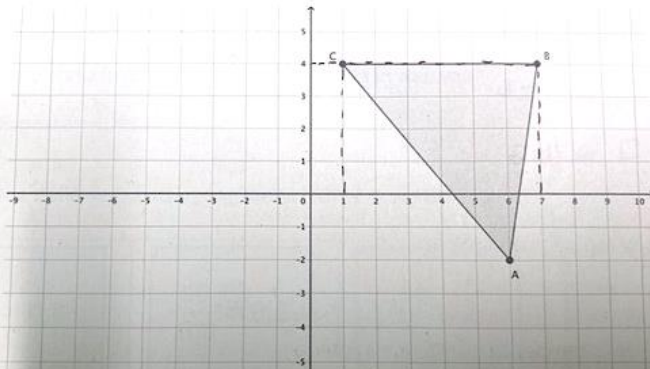
☒ Ha ragione Gregorio perché *50 FA 54 E ALESSIO DICEVA*
CHE FAREMO BASTARE

☒ Ha ragione Alessio perché *8 X 6 FA 48 E PERCHÉ È IL NUMERO*
PIÙ VICINO A 50 INVECE GREGORIO A DITTO CHE
OCCORRONO ALMENO 9 TENDE MA NON È VERO PERCHÉ
9 X 6 FA 54 ED È PIÙ LONTANO DA 50

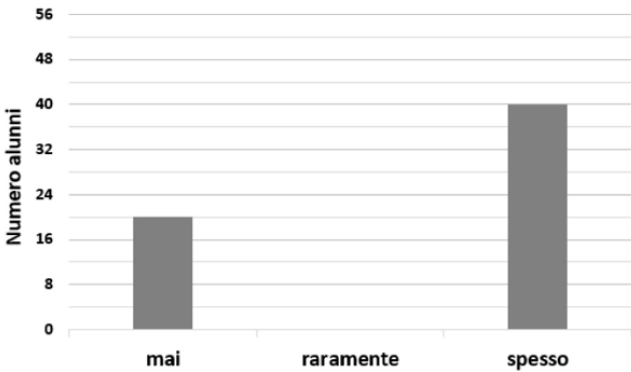
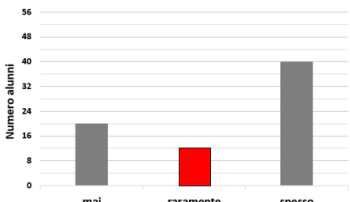
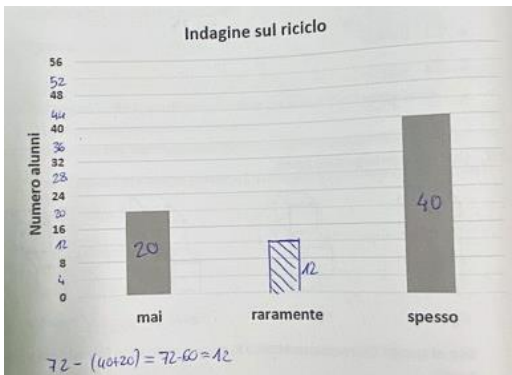
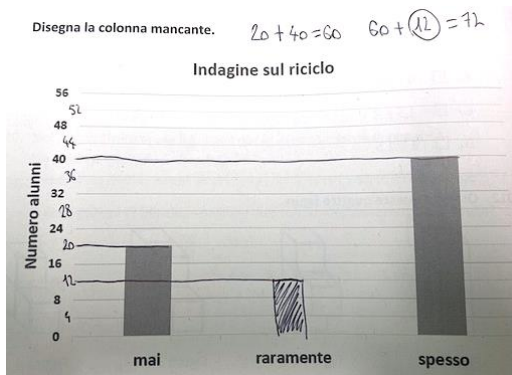
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D18. Osserva queste uguaglianze. $\star : 3 = 10$ $\blacksquare + \blacksquare + 6 = \star$ Quale numero devi mettere al posto della stella e quale numero al posto del quadrato perché le uguaglianze siano vere? Al posto della $\star$ devo mettere il numero Al posto del $\blacksquare$ devo mettere il numero		RELAZIONI E FUNZIONI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. OBIETTIVO Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Determinare il valore delle incognite che soddisfano due date uguaglianze			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
Al posto della $\star$ devo mettere il numero30.....		Item	Mancante	Errata	Corretta
Al posto del $\blacksquare$ devo mettere il numero12.....		D18	6,8%	29,1%	64,1%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda richiede di determinare i valori numerici da inserire al posto di ciascuno di due simboli distinti (<i>una stella</i> e <i>un quadrato</i>) in modo che essi rendano <i>vere</i> contemporaneamente due <i>uguaglianze</i>. La prima uguaglianza coinvolge una divisione per 3 e richiede di determinare il valore del primo simbolo a partire dal risultato (10). La seconda uguaglianza coinvolge entrambi i simboli mediante un'addizione a tre addendi, di cui uno è esplicitato (6). Strategie di ragionamento efficaci utilizzano la prima uguaglianza per ricavare il valore da attribuire alla stella, mantenendo il controllo sull'operazione inversa della divisione, poi si focalizzano sulla seconda uguaglianza per ricercare il valore da attribuire al quadrato, nuovamente mantenendo il controllo sui diversi passi del ragionamento. I protocolli che seguono esemplificano tali strategie (a destra, il controllo sulla seconda uguaglianza è esplicitato con le due operazioni inverse: la sottrazione per 6 e la divisione per 2).					
					
					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D19. In questa addizione la pallina nera nasconde sempre lo stesso numero. $\bullet + \bullet = 2,5$ Quale numero nasconde la pallina nera? Risposta:.....		NUMERI			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice. OBIETTIVO <i>Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.</i>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Individuare il numero che addizionato a se stesso soddisfa un dato vincolo sulla somma			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
1,25	Item	Mancante	Errata	Corretta	
	D19	11%	39,9%	49,1%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda richiede di determinare il valore numerico da assegnare a un simbolo (<i>una pallina nera</i>) che soddisfa una data addizione: la pallina 'sommata a se stessa' dà come risultato il numero decimale 2,5. Nel testo, il significato da attribuire alla ricerca del valore numerico è reso affermando che <i>la pallina nera nasconde sempre lo stesso numero</i>. Si chiede dunque <i>quale numero nasconde la pallina nera</i>. Non vi sono particolari criticità se non per il coinvolgimento dei numeri decimali. Strategie di risoluzione efficaci includono infatti varie modalità di controllo sulle operazioni e sul valore assegnato alla pallina nera o al risultato dell'addizione ripetuta, come si evince nei diversi protocolli qui sotto.					
ddizione la pallina nera nasconde ser $\bullet + \bullet = 2,5$ Quale numero nasconde la pallina nera? Risposta:..... 1,25 $\bullet + \bullet = 2,50$ Quale numero nasconde la pallina nera? Risposta:..... 1,25 + 1,25 = 2,50 $\bullet + \bullet = 2,5$ Quale numero nasconde la pallina nera? Risposta:..... 1,25 x 2 = 2,50					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D20. Nel seguente piano cartesiano sono stati disegnati 4 punti.  Una delle seguenti coppie di coordinate NON corrisponde ad alcun punto disegnato. Quale? A. ☐ (4; 1) B. ☐ (2; 2) C. ☐ (4; 3) D. ☐ (5; 7)		SPAZIO E FIGURE					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo. OBIETTIVO Utilizzare il piano cartesiano per localizzare punti.					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Individuare le coordinate di un punto del piano cartesiano che soddisfa date condizioni					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
C	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D20	1,8%	12,8%	5,4%	62,4%	17,6%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda presenta un piano cartesiano nel quale sono stati disegnati 4 punti e chiede di individuare, tra le quattro coppie di coordinate fornite, quella che NON corrisponde ad alcuno dei quattro punti. Le opzioni di risposta A, B e D, considerano le coordinate di tre dei quattro punti, rispettivamente L, G e M. Le coordinate del punto H risultano invertite rispetto a quelle della risposta corretta, veicolando una potenziale difficoltà legata all'ordine delle coordinate. Strategie efficaci per scegliere (4; 3) coinvolgono trattamenti del piano cartesiano per rilevare le coordinate dei quattro punti, come mostrato nei protocolli seguenti, dove ciascun punto è collegato ai valori sugli assi mediante le proiezioni verticale e orizzontale. Nell'esempio a destra, sono esplicitati sia i punti di date coordinate sia le coordinate del punto H, agevolando il controllo sulla scelta attesa.							
 Una delle seguenti coppie di coordinate NON corrisponde ad alcun punto disegnato. Quale? A. ☐ (5; 7) B. ☐ (4; 1) C. ☐ (2; 2) D. ☒ (4; 3)				 D8. Nel seguente piano cartesiano sono stati disegnati 4 punti. Una delle seguenti coppie di coordinate NON corrisponde ad alcun punto disegnato. Quale? A. ☒ (4; 3) B. ☐ (5; 7) = M C. ☐ (4; 1) = L D. ☐ (2; 2) = G (3; 4) = H			

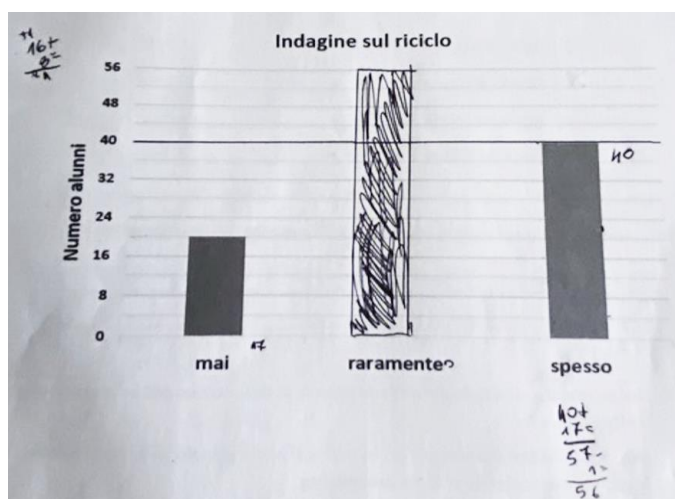
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D21. Sul piano cartesiano è disegnato il triangolo ABC.  Il vertice C del triangolo ABC ha coordinate (1; 4). Quali sono le coordinate del vertice B? Risposta: (.....;)		SPAZIO E FIGURE			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo. OBIETTIVO <i>Utilizzare il piano cartesiano per localizzare punti.</i>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Individuare le coordinate di un punto del piano cartesiano			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
(7 ; 4)		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D21	3,5%	24,2%	72,4%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda richiede di individuare le coordinate di uno dei vertici (B) di un <i>triangolo</i> ABC disegnato in un piano cartesiano. Nel testo, sono esplicitate le coordinate di un altro vertice del triangolo, C, che si trova alla stessa 'altezza' del punto B (e condivide dunque con esso l'ordinata, 4). Per scrivere correttamente le coordinate del punto B, è possibile trattare il registro grafico per la ricerca delle coordinate di B, mediante proiezioni orizzontale e verticale sugli assi, che permettono di riconoscere subito la corrispondenza della coordinata verticale con quella di C e di determinare la coordinata orizzontale (7), come si evince dal protocollo qui sotto.					
D7. Sul piano cartesiano è disegnato il triangolo ABC.  Il vertice C del triangolo ABC ha coordinate (1; 4). Quali sono le coordinate del vertice B? Risposta: (7; 4)					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE						
D22. Una delle seguenti uguaglianze NON è corretta. Quale?		NUMERI						
		DIMENSIONE						
		Conoscere						
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.						
		TRAGUARDO Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...).						
		OBIETTIVO <i>Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali.</i>						
		SCOPO DELLA DOMANDA Individuare scritture equivalenti di numeri razionali						
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE						
C	Item	Mancante	A	B	C	D		
	D22	2,3%	16,0%	19,1%	43,7%	18,9%		
COMMENTI E OSSERVAZIONI								
La domanda presenta quattro frazioni ugualiate a un numero espresso in notazione decimale e richiede di individuare l'uguaglianza non corretta e, quindi, le due scritture <i>NON</i> equivalenti dello stesso numero. Le quattro scritture lavorano tutte sul significato di frazione e sui modi in cui è possibile operare con frazioni semplici, ad esempio quando il numeratore è multiplo del denominatore (opzione A), quando il numeratore e il denominatore sono primi tra loro (opzione B), o ancora nel caso di frazioni decimali, dove il denominatore è una potenza di 10. L'opzione di risposta corretta ($\frac{1}{4} = 0,4$) fa riferimento a tipiche difficoltà concettuali con le frazioni, in cui si riconosce che la frazione è un numero tra 0 e 1 ma si associa la cifra decimale con l'intero che si trova a denominatore (4). Strategie di ragionamento efficaci consistono nel procedere per esclusione, focalizzando l'attenzione sulle scritture frazionarie più familiari per trasformarle in divisioni che sono accessibili ("$10:5 = 2$", "$3:2 = 1,5$", "$50:100 = 0,5$"). Un esempio è mostrato sotto.								
D22. Una delle seguenti uguaglianze NON è corretta. Quale? A. ☐ <i>10 : 5 = 2</i> B. ☐ <i>3 : 2 = 1,5</i> C. ☒ D. ☐ <i>50 : 100 = 0,5</i>								

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE			
D23. In una scuola, i 72 alunni delle classi quinte hanno partecipato a un'indagine sul riciclo. Ogni alunno ha risposto alla domanda: «Hai acquistato prodotti realizzati con materiale riciclato?». Ognuno di loro ha scelto una delle tre opzioni di risposta: "mai", "raramente", "spesso". Il grafico riporta il risultato dell'indagine, ma manca la colonna degli alunni che hanno risposto: "raramente". Disegna la colonna mancante.	DATI E PREVISIONI			
	DIMENSIONE			
	Risolvere problemi			
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
Indagine sul riciclo 	TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici. OBIETTIVO <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i>			
	SCOPO DELLA DOMANDA			
	Completare un grafico a barre utilizzando le informazioni fornite per via grafica e testuale			
RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE			
Indagine sul riciclo 	Item	Mancante	Errata	Corretta
	D23	4,8%	37,2%	58,0%
COMMENTI E OSSERVAZIONI				
La domanda presenta una situazione della vita reale che coinvolge <i>un'indagine sul riciclo</i> alla quale partecipano i 72 alunni delle classi quinte di una scuola. Ciascun alunno risponde alla domanda sull'acquisto di prodotti realizzati con materiale riciclato, con una sola risposta possibile tra: <i>mai</i>, <i>raramente</i>, <i>spesso</i>. Un grafico a barre incompleto rappresenta il risultato dell'indagine, mettendo in relazione due delle tre opzioni con il numero di alunni che l'ha scelta. La richiesta è di disegnare la colonna mancante del grafico, relativa alla voce <i>raramente</i>. La scala utilizzata per l'asse verticale non è unitaria e ciò costituisce un elemento di difficoltà; infatti, per rispondere alla domanda sono necessarie modalità di controllo della metrica, come quelle mostrate nei protocolli seguenti, che restituiscono la risposta corretta "12".  				

In entrambi i protocolli, il controllo sull'altezza delle barre già presenti sul grafico è esercitato mediante l'aggiunta sull'asse verticale delle etichette mancanti in corrispondenza di ogni linea orizzontale della griglia: in tal modo, le quantità "20" e "40" sono associate rispettivamente alla colonna relativa a *mai* e alla colonna relativa a *spesso* (a sinistra, ciò avviene inserendo i due numeri 'dentro' le barre; a destra, avviene tracciando linee orizzontali per riportare l'altezza delle barre ai corrispondenti valori sull'asse verticale. Quindi, le due scritture " $72 - (40+20)$ " e " $60+12$ " appoggiano il ragionamento al calcolo che fornisce risultato 12.

Il protocollo qui sotto mostra invece difficoltà di interpretazione e di gestione della metrica. Il numero "17" è scritto a fianco della barra relativa a *mai* e associato alla sua altezza, come se per ricavare il numero di alunni corrispondente si considerasse $16+1 = 17$ (partendo da 16 e aggiungendo l'unità). Avendo identificato l'altezza della barra relativa a *spesso* con 40 alunni, si opera quindi la somma " $40+17$ " che dà 57, ma da questo risultato si toglie 1 in modo che il numero di alunni ottenuto ("56") permetta di disegnare la barra mancante sfruttando lo spazio verticale a disposizione sul grafico.



DOMANDA

D24. La figura rappresenta la linea di metropolitana che collega la stazione Castello e la stazione Duomo. Questa tratta è lunga esattamente 8 chilometri.

Alfredo prende la metropolitana alla stazione Giardini e scende alla stazione Università.

Quanto è lunga in chilometri la tratta tra queste due stazioni?

- A. ☐ 3 km
- B. ☐ 4 km
- C. ☐ 7 km
- D. ☐ 8 km

AMBITO PREVALENTE

RELAZIONI E FUNZIONI

DIMENSIONE

Risolvere problemi

RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.

TRAGUARDO

Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.

OBIETTIVO

Riprodurre in scala una figura assegnata (utilizzando, ad esempio, la carta a quadretti).

SCOPO DELLA DOMANDA

Determinare la scala in una data rappresentazione per risolvere una situazione problematica

RISPOSTA CORRETTA

B

RISULTATI CAMPIONE

Item	Mancante	A	B	C	D
D24	1,3%	16,6%	54,5%	17,1%	10,5%

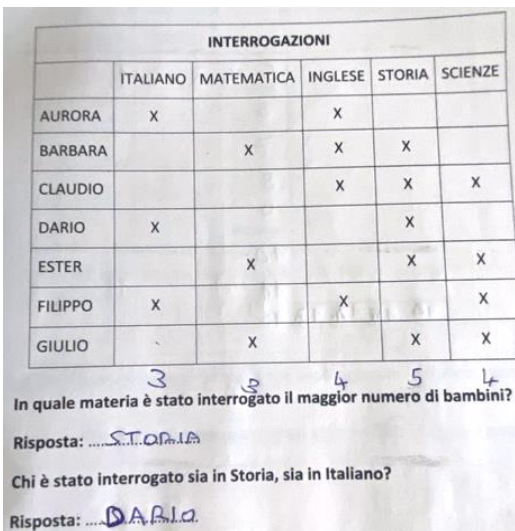
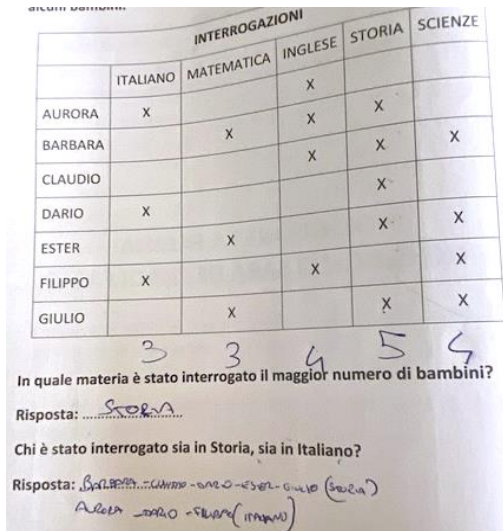
COMMENTI E OSSERVAZIONI

La domanda presenta una situazione problematica che coinvolge la lettura della mappa stilizzata di una linea di metropolitana che collega due stazioni (*Castello* e *Duomo*) posizionate sulla mappa a 8 chilometri di distanza. La mappa è rappresentata su una griglia a quadretti che introduce l'unità di misura e si richiede di determinare la lunghezza in chilometri della tratta tra due altre stazioni (*Giardini* e *Università*), posizionate sulla stessa linea.

Per rispondere 4 km, occorre ricavare la scala mettendo in relazione la lunghezza della tratta tra Castello e Duomo in lati di quadretto (16) e la lunghezza in chilometri dichiarata nello stimolo iniziale (8), per ricavare che ogni due lati di quadretto corrispondono a 1 chilometro. La tratta in esame è lunga 8 lati di quadretto, dunque proprio 4 chilometri.

Le tre opzioni di risposta A, C e D prendono in considerazione interpretazioni non corrette delle distanze sulla mappa o della richiesta. In particolare, l'opzione A (3 km) associa la lunghezza cercata al numero di stazioni tra Giardini e Università (tre, incluse queste); l'opzione B (7 km) associa la lunghezza cercata al numero di quadretti adiacenti alla tratta di interesse, 7 appunto; l'opzione D (8 km) considera solo gli 8 lati di quadretto ma non la conversione ai chilometri.

I protocolli seguenti mostrano due diverse gestioni della scala sulla linea, che sostengono strategie di ragionamento efficaci: a sinistra, sono evidenziati i blocchi che rappresentano "1km" di lunghezza della linea di metropolitana; a destra, sono introdotti cerchi per delimitare ogni chilometro della linea.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																																																									
D25. La tabella che vedi qui sotto mostra le materie in cui sono stati interrogati alcuni bambini. <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="6">INTERROGAZIONI</th> </tr> <tr> <th></th> <th>ITALIANO</th> <th>MATEMATICA</th> <th>INGLESE</th> <th>STORIA</th> <th>SCIENZE</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>AURORA</td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>BARBARA</td> <td></td> <td>X</td> <td>X</td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <td>CLAUDIO</td> <td></td> <td></td> <td>X</td> <td>X</td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>DARIO</td> <td>X</td> <td></td> <td></td> <td>X</td> <td></td> </tr> <tr> <td>ESTER</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>FILIPPO</td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>GIULIO</td> <td></td> <td>X</td> <td></td> <td>X</td> <td>X</td> </tr> </tbody> </table> In quale materia è stato interrogato il maggior numero di bambini? Risposta: Chi è stato interrogato sia in Storia, sia in Italiano? Risposta:		INTERROGAZIONI							ITALIANO	MATEMATICA	INGLESE	STORIA	SCIENZE	AURORA	X		X			BARBARA		X	X	X		CLAUDIO			X	X	X	DARIO	X			X		ESTER		X		X	X	FILIPPO	X		X		X	GIULIO		X		X	X	DATI E PREVISIONI DIMENSIONE Conoscere RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ. TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici. OBIETTIVO <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i> SCOPO DELLA DOMANDA Ricavare informazioni da dati rappresentati in una tabella a doppia entrata			
INTERROGAZIONI																																																											
	ITALIANO	MATEMATICA	INGLESE	STORIA	SCIENZE																																																						
AURORA	X		X																																																								
BARBARA		X	X	X																																																							
CLAUDIO			X	X	X																																																						
DARIO	X			X																																																							
ESTER		X		X	X																																																						
FILIPPO	X		X		X																																																						
GIULIO		X		X	X																																																						
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																																																									
Storia - Dario	Item	Mancante	Errata	Corretta																																																							
	D25	1,2%	9,8%	89,0%																																																							
COMMENTI E OSSERVAZIONI																																																											
La domanda richiede di ricavare informazioni da una tabella a doppia entrata relativa alle materie in cui sono stati interrogati alcuni bambini. Le informazioni riguardano l'una la materia in cui sono stati interrogati più bambini, l'altra chi è stato interrogato in due date materie (<i>Storia e Italiano</i>). Per ricavare la prima informazione è necessario focalizzarsi sulla lettura della tabella per colonne e trovare la materia la cui frequenza assoluta è massima, ovvero è massimo il numero di bambini interrogati. I protocolli sotto mostrano una gestione di questo tipo della lettura dei dati, con le frequenze indicate sotto ogni colonna ("3", "3", "4", "5", "4").  																																																											
Per ricavare la seconda informazione è più opportuno operare con una lettura per righe in modo da ricercare l'alunno al quale corrispondono una crocetta per italiano e una per storia. È anche possibile																																																											

procedere per esclusione, ricercando prima le righe in cui compaiono solo due crocette per poi dirimere tra le materie interessate.

La comprensione dell'espressione verbale *sia ... sia ...* può generare difficoltà, ad esempio se interpretata nel senso di sia coloro che sono stati interrogati in italiano sia coloro che sono stati interrogati in storia.

Un esempio di tale difficoltà si trova nel protocollo sopra, a destra, dove tutti i nomi sono suddivisi in due liste, una per materia.

Una gestione efficace del significato logico della richiesta è invece mostrata nel protocollo che segue, dove ogni crocetta è associata mediante una freccia alla rispettiva materia.

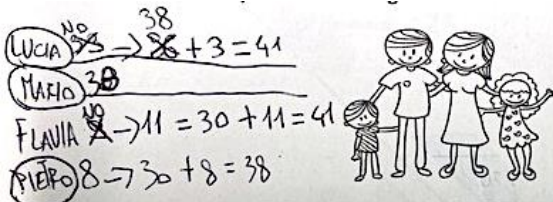
INTERROGAZIONI					
	ITALIANO 3	MATEMATICA 3	INGLESE 4	STORIA 5	SCIENZE 4
AURORA	X		X		
BARBARA		X	X	X	
CLAUDIO			X	X	X
DARIO	X			X	
ESTER		X		X	X
FILIPPO	X		X		X
GIULIO		X		X	X

In quale materia è stato interrogato il maggior numero di bambini?
 Risposta: IN STORIA...

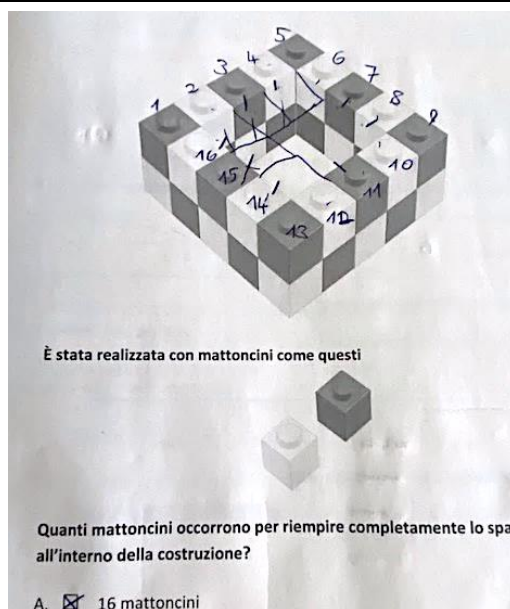
Chi è stato interrogato sia in Storia, sia in Italiano?
 Risposta: DARIO...

Nota. Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe seconda primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D9).

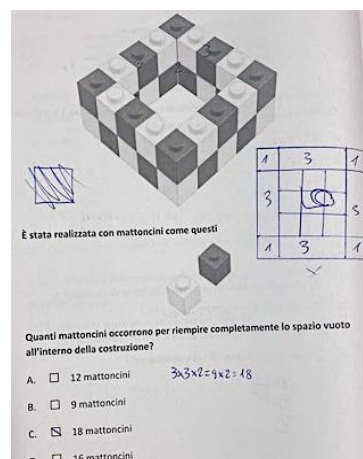
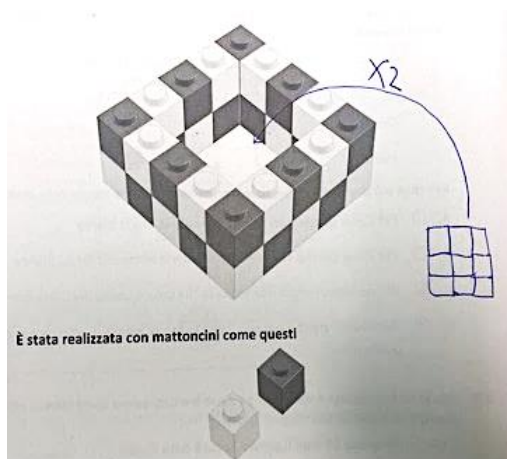
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																	
D26. Anna, Carla e Marco giocano con una moneta non truccata che ha una faccia bianca e una faccia nera. Hanno già lanciato la moneta due volte ottenendo questi risultati: <table><tr><td></td><td>Primo lancio</td><td>Secondo lancio</td></tr><tr><td>Anna</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Carla</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Marco</td><td></td><td></td></tr></table> Per chi è più probabile ottenere la faccia bianca al terzo lancio della moneta? A. ☐ Per Carla, perché non ha mai ottenuto la faccia bianca B. ☐ Per Anna, perché con i suoi lanci ottiene sempre la faccia bianca C. ☐ Per nessuno, perché non importa che cosa è uscito nei primi due lanci D. ☐ Per Marco, perché nei suoi lanci la faccia bianca si alterna sempre a quella nera			Primo lancio	Secondo lancio	Anna			Carla			Marco			DATI E PREVISIONI					
			Primo lancio	Secondo lancio															
		Anna																	
		Carla																	
		Marco																	
DIMENSIONE																			
Argomentare																			
RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.																			
		TRAGUARDO																	
		Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.																	
		OBIETTIVO																	
		In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili.																	
		SCOPO DELLA DOMANDA																	
		Argomentare per stabilire la probabilità di un evento in un contesto di gioco																	
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																	
C		Item	Mancante	A	B	C	D												
		D26	1,2%	18,9%	18,3%	47,7%	13,9%												
COMMENTI E OSSERVAZIONI																			
La domanda richiede di confrontare la probabilità di vincita di tre giocatori nel contesto del lancio di una moneta non truccata (con una faccia bianca e una nera) ripetuto tre volte, conoscendo i risultati di ciascuno per i primi due lanci. Attraverso le immagini fornite nello stimolo, è possibile ricavare che Anna ha ottenuto la faccia bianca in entrambi i lanci, Carla sempre la faccia nera e Marco la faccia bianca al primo lancio e la faccia nera al secondo lancio. Per rispondere è necessario vagliare le opzioni di risposta, che presentano un vincitore o nessun vincitore e un’argomentazione a sostegno di tale scelta. Un elemento di difficoltà consiste nel discernere che le argomentazioni sono tutte espresse mediante affermazioni vere ma non per questo giustificano correttamente la risposta. D’altra parte, la risposta è sempre sbagliata per le opzioni A, B e D, che indicano uno dei tre giocatori, poiché il risultato del terzo lancio della moneta è indipendente dai primi due lanci.																			

DOMANDA				AMBITO PREVALENTE											
D27. Mario ha festeggiato il mese scorso il suo trentottesimo compleanno ed è più giovane di 3 anni di sua moglie, Lucia. Lucia ha compiuto 30 anni il giorno in cui è nata Flavia. Mario ha compiuto 30 anni il giorno in cui è nato Pietro.  Scrivi nella tabella le età dei membri di questa famiglia. <table border="1"> <thead> <tr> <th>PIETRO</th> <th>MARIO</th> <th>LUCIA</th> <th>FLAVIA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>.....</td> <td>38</td> <td>.....</td> <td>.....</td> </tr> </tbody> </table>				PIETRO	MARIO	LUCIA	FLAVIA		38			NUMERI			
				PIETRO	MARIO	LUCIA	FLAVIA								
					38										
				DIMENSIONE											
Argomentare															
RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ. TRAGUARDO Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici. OBIETTIVO Rappresentare problemi con tabelle e grafici che ne esprimono la struttura.				SCOPO DELLA DOMANDA											
				Determinare le età di alcune persone sulla base di vincoli assegnati											
RISPOSTA CORRETTA				RISULTATI CAMPIONE											
PIETRO	MARIO	LUCIA	FLAVIA	Item	Mancante	Errata	Corretta								
...8...	38	...41...	...11...	D27	3,4%	38,3%	58,3%								
COMMENTI E OSSERVAZIONI															
La domanda richiede di ricavare le età dei membri di una famiglia sulla base dei vincoli forniti in un testo che coinvolge il confronto tra diverse età. È assegnata solo l'età di Mario (38), presente sia nella tabella che si deve completare con le età mancanti sia nel testo dello stimolo iniziale (<i>Mario ha festeggiato il mese scorso il suo trentottesimo compleanno</i>). Per rispondere in modo efficace, è necessario considerare successivamente le informazioni fornite nel testo relative al confronto tra due età: dapprima, l'informazione che <i>Mario è più giovane di 3 anni di sua moglie, Lucia</i> (dunque Lucia ha $38+3 = 41$ anni); poi, il fatto che <i>Lucia ha compiuto 30 anni il giorno in cui è nata Flavia</i> (perciò Flavia ha $41-30 = 11$ anni); infine, il fatto che <i>Mario ha compiuto 30 anni il giorno in cui è nato Pietro</i> (perciò Pietro ha $38-30 = 8$ anni). Elementi di difficoltà possono risiedere nell'esplicitazione di tali relazioni nel registro numerico e nella mancanza di controllo su di esse. Che opportune modalità di controllo siano importanti è evidente dal protocollo seguente, dove inizialmente sono associati 36 anni a Mario (forse un errore di distrazione) e, quindi, 39 a Lucia e 9 a Flavia, poi si recupera il ragionamento sostituendo 36 con "38" (nella riga corrispondente a Mario e in quella corrispondente a Lucia) e 9 con "11" (terza riga). Il "NO" ripetuto rafforza il riconoscimento e il superamento dell'errore, che porta a completare la tabella correttamente.  Scrivi nella tabella le età dei membri di questa famiglia. <table border="1"> <thead> <tr> <th>PIETRO</th> <th>MARIO</th> <th>LUCIA</th> <th>FLAVIA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>8</td> <td>38</td> <td>41</td> <td>11</td> </tr> </tbody> </table>								PIETRO	MARIO	LUCIA	FLAVIA	8	38	41	11
PIETRO	MARIO	LUCIA	FLAVIA												
8	38	41	11												

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D28. Osserva questa costruzione.  È stata realizzata con mattoncini come questi Quanti mattoncini occorrono per riempire completamente lo spazio vuoto all'interno della costruzione? A. ☐ 9 mattoncini B. ☐ 12 mattoncini C. ☐ 16 mattoncini D. ☐ 18 mattoncini		SPAZIO E FIGURE					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo. OBIETTIVO Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Individuare il numero di pezzi che completano una figura tridimensionale					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
D	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D28	1,2%	11,8%	21,9%	16,1%	49,0%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda presenta una <i>costruzione</i> realizzata con mattoncini dello stesso tipo ma di colore diverso, bianchi e neri. La costruzione è una cornice tridimensionale di 5×5 mattoncini a due livelli e presenta una parte interna cava, uno spazio vuoto, con dimensioni 3×3 mattoncini alla base e 2 livelli. La domanda richiede nello specifico <i>quanti mattoncini occorrono per riempire completamente lo spazio vuoto</i> interno. Questo spazio può essere riempito esattamente da un parallelepipedo di dimensioni 3×3×2, dove 3×3 rappresenta la base quadrata interna e 2 rappresenta l'altezza della struttura. Il calcolo è quindi 3×3×2 = 18 mattoncini, rendendo corretta l'opzione di risposta D. Le altre opzioni di risposta considerano difficoltà legate al trattamento percettivo della figura, che permette di visualizzarla da diversi punti di vista. Le opzioni si riferiscono rispettivamente a: 9, 12 e 16 mattoncini. 9 è il numero di mattoncini che ricoprono un solo livello, cioè 3×3. 12 è il numero che si ottiene da 6+6 riferendosi a sole 2 file di 3 mattoncini per livello (interpretando inopportunitamente lo spazio vuoto a un livello). 16 è invece il numero che deriva dal focalizzarsi sui soli mattoncini visibili sul bordo della cornice tridimensionale, al secondo livello. Un esempio di questa difficoltà è mostrata nel protocollo che segue, dove i 16 mattoncini sulla parte superiore della cornice sono enumerati uno dopo l'altro. È interessante notare un tentativo di visualizzazione dei mattoncini all'interno dello spazio vuoto, con le linee tracciate all'interno che hanno proprio la finalità di rendere presente ciò che non lo è.							



Nei protocolli qui sotto, dove è scelta la risposta corretta, d'altra parte si possono osservare i segni utilizzati per l'interpretazione della situazione in tre dimensioni, mediante il ricorso alla visione bidimensionale fornita dalle proiezioni: nel protocollo a sinistra, la proiezione della parte cava vista dall'alto, suddivisa in quadrati (le basi dei mattoncini), e la necessità di moltiplicare per 2 ("x2"); nel protocollo a destra, la proiezione dell'intera figura con l'individuazione del numero di mattoncini che si trovano agli angoli ("1" indicato sui quattro angoli) e di quelli che rimangono ai lati della cornice ("3" indicato quattro volte) e la scrittura numerica " $3 \times 3 \times 2 = 9 \times 2 = 18$ ".



Nota. Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe seconda primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D26).

[illegible]

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D30. Qual è la differenza tra il triplo di 2,5 e il doppio di 3,5? A. ☐ 0,5 B. ☐ 1 C. ☐ 1,5 D. ☐ 4		NUMERI					
		DIMENSIONE					
		Argomentare					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici. OBIETTIVO Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Determinare una differenza a partire da un testo che coinvolge aspetti logici e matematici					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
A	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D30	2,6%	53,8%	15,2%	19,1%	9,3%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda richiede di mettere a confronto due numeri, espressi mediante le espressioni verbali <i>il triplo di</i> e <i>il doppio di</i> che necessitano di una comprensione a livello linguistico, con la traduzione corretta nelle rispettive operazioni di moltiplicazione (per 3 e per 2). È inoltre necessario operare con i numeri decimali. La lettura 'lineare' del testo della domanda richiede una segmentazione dal punto di vista procedurale che non corrisponde alla sequenza di parole nel registro linguistico. Infatti, è dapprima opportuno calcolare <i>il triplo di 2,5</i> (cioè 7,5), poi <i>il doppio di 3,5</i> (cioè 7) e infine <i>la differenza tra 7,5 e 7</i>, cioè 0,5. Le altre opzioni di risposta si focalizzano su difficoltà tipiche, come: la dimenticanza, o non lettura, de il triplo e il doppio nel testo che induce a cercare la differenza tra 3,5 e 2,5 (1, opzione B); l'attribuzione di 5,5 al triplo di 2,5 che porta a confrontare questo valore con 7, restituendo 1,5 (opzione C); la dimenticanza, o non lettura, de il doppio e, quindi, la considerazione della differenza tra il triplo di 2,5 e 3,5, che restituisce 4 (opzione D). Il protocollo che segue fornisce un esempio del ragionamento suddetto che veicola la risposta 1,5.							
D31. Qual è la differenza tra il triplo di 2,5 e il doppio di 3,5? A. ☐ 4 B. ☐ 0,5 C. ☐ 1 D. ☒ 1,5 $(2,5 \times 3) \times (3,5 \times 2) = 5,5$ ↓ ↓ 5,5 7							
Il protocollo qui sotto mostra invece una efficace strategia di ragionamento per la scelta della risposta corretta 0,5, con una interessante scomposizione dei numeri decimali (permessa dalla proprietà distributiva del prodotto rispetto alla somma) che supporta la gestione dei calcoli, in particolare della differenza.							

D30. Qual è la differenza tra il triplo di 2,5 e il doppio di 3,5?

A. ☒ 0,5

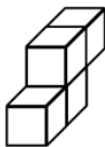
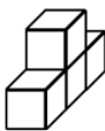
B. ☐ 1

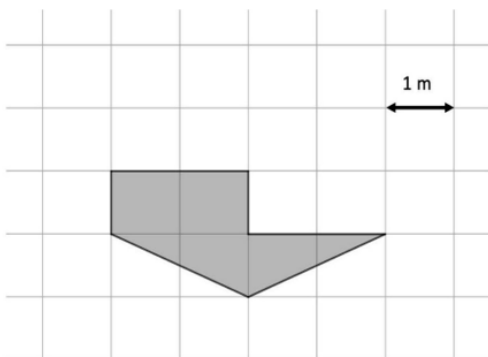
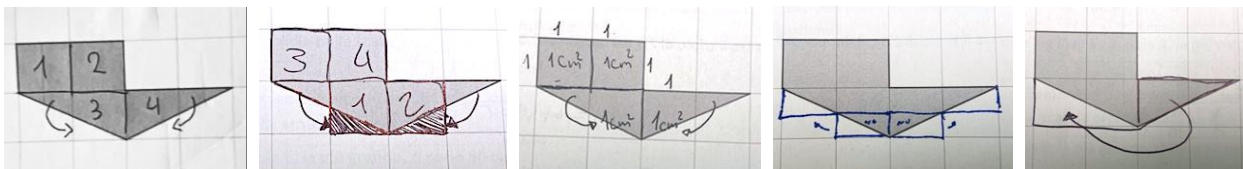
C. ☐ 1,5

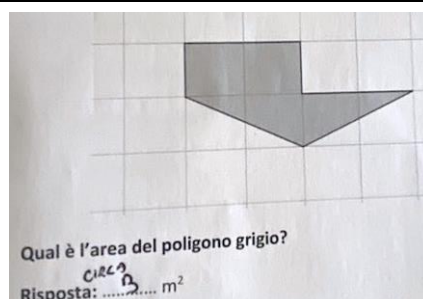
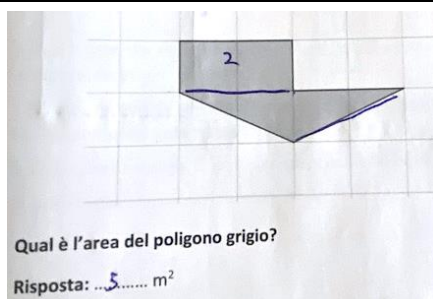
D. ☐ 4

$$2,5 \times 3 = 6 + 1,5 = 7,5$$

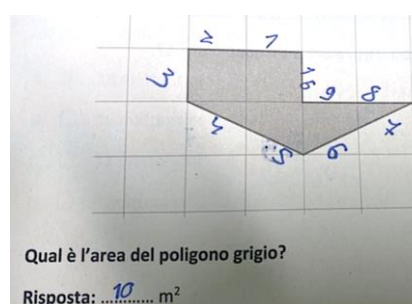
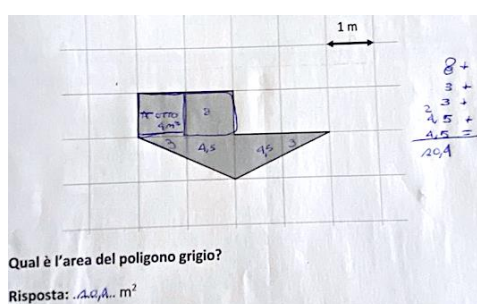
$$3,5 \times 2 = 6 + 1 = 7$$

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
D31. Osserva queste quattro figure.  Figura 1  Figura 2  Figura 3  Figura 4 Due di queste figure rappresentano lo stesso solido visto in posizioni diverse. Quali? A. ☐ Figura 2 e Figura 4 B. ☐ Figura 1 e Figura 4 C. ☐ Figura 2 e Figura 3 D. ☐ Figura 1 e Figura 3		SPAZIO E FIGURE					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO					
		Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.					
		OBIETTIVO					
		Riconoscere rappresentazioni piane di oggetti tridimensionali, identificare punti di vista diversi di uno stesso oggetto (dall'alto, di fronte, ecc.).					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Riconoscere il solido mostrato da due punti di vista diversi					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
A	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D31	0,9%	87,3%	3,4%	4,1%	4,3%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
La domanda presenta quattro figure tridimensionali e richiede di riconoscere, tra di esse, le due che rappresentano lo stesso solido da due punti di vista diversi. Lo stimolo richiede di andare oltre la rappresentazione bidimensionale data delle figure e di attivare una visione coerente nello spazio, che permetta anche di immaginare le facce nascoste dei solidi forniti, così come trasformazioni spaziali che aiutino a ricostruire confronti. Si tratta di un processo cognitivo complesso che costituisce uno degli aspetti cardine nello sviluppo di pensiero geometrico, che richiede anche una opportuna capacità di controllo delle relazioni geometriche. Tutte le figure proposte sono composte da quattro cubi. La <i>Figura 1</i> mostra un solido che si sviluppa prevalentemente con una forma ‘a L’. La <i>Figura 3</i> è costituita da due file ‘sfasate’ di due cubi ciascuna. La <i>Figura 2</i> e la <i>Figura 4</i> sono la stessa figura che ha subito una rotazione nello spazio. Le opzioni di risposta fanno sempre riferimento a coppie di figure, con le prime due figure confrontate entrambe con ciascuna delle figure nell’altra coppia: il primo elemento della coppia è sempre la Figura 1 o 2, mentre il secondo la Figura 3 o 4. Per scegliere la risposta corretta, occorre focalizzarsi sul fatto che, indipendentemente dalla posizione da cui osserviamo un solido, le sue caratteristiche strutturali rimangono invariate: il numero di cubi, la loro disposizione relativa, le connessioni tra le varie componenti.							

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D32. Osserva la figura.  Qual è l'area del poligono grigio? Risposta: m²		SPAZIO E FIGURE			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. OBIETTIVO Determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione o utilizzando le più comuni formule.			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Determinare l'area di un poligono disegnato su una griglia			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
4	Item	Mancante	Errata	Corretta	
	D32	6,7%	57,0%	36,3%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda presenta un poligono posizionato su una griglia quadrettata, dove ogni quadretto ha il lato lungo 1 metro (1 m). Si chiede <i>qual è l'area del poligono</i>. Il poligono non è una figura elementare, ma una figura composta da un rettangolo di dimensioni 1 m e 2 m al quale è accostato, nella parte inferiore, un triangolo isoscele, equiesteso al rettangolo, con un lato lungo 4 m. La quadrettatura fornita costituisce un supporto fondamentale per ragionare in modo efficace sull'area attraverso la scomposizione e il conteggio di quadretti, strategia diffusa nei protocolli, come ben esemplificano gli esempi qui sotto. In particolare, si scorgono varie strategie per scomporre e ricomporre la figura, con segni aggiunti sul foglio che esplicitano le parti messe in movimento o enumerano i quadretti da prendere in considerazione. Si delineano così due rettangoli 2x1 appoggiati uno sull'altro oppure un quadrato 2x2 di cui è immediato stabilire l'area, pari a 4 metri quadrati.					
					
Elementi di difficoltà possono risiedere in trattamenti puramente percettivi del contesto che si appoggiano a tentativi di stimare o approssimare l'area della figura, senza mantenere un controllo sul significato di area e, di conseguenza, sul risultato. I due protocolli che seguono mostrano situazioni di questa tipologia, con l'area approssimata per eccesso ("5" m² a sinistra) o per difetto ("CIRCA 3" m², a destra). Nel protocollo a sinistra "2" è scritto dentro la parte rettangolare della figura, delineata con un segmento. È possibile che a partire da 2, si sia ragionato sul contributo alla figura dei quadretti coinvolti nel triangolo sottostante, considerando alla fine le due parti centrali più quelle laterali equivalenti a 3 quadretti.					



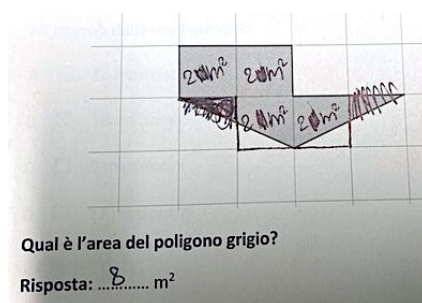
Altre difficoltà tipiche possono essere ricondotte alla nota confusione tra area e perimetro, che la letteratura evidenzia persistere sino alla scuola secondaria di secondo grado. Nei protocolli qui sotto, tale confusione si ritrova in varie forme.

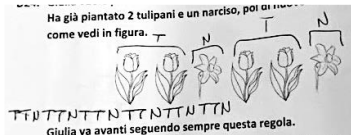
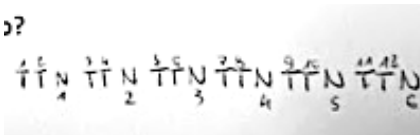
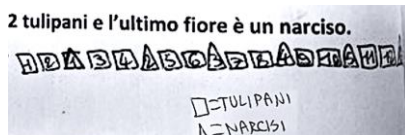


A sinistra, è associata area " $4m^2$ " a ciascuno dei due quadretti che compongono la parte rettangolare, alla quale è dunque attribuito valore "8": qui, si utilizza correttamente m^2 come unità di misura dell'area ma il 4 è ottenuto dal calcolo del perimetro di un quadretto, 4×1 . Poi sono attribuite misure al resto delle parti che compongono la figura e si fornisce risposta "10,4" sulla base di un'addizione in colonna che considera tutti i valori inseriti per le varie parti della figura.

Nel protocollo a destra, è chiaramente riconoscibile la ricerca del perimetro dell'intera figura: ogni lato di quadretto è enumerato e lo sono anche i due segmenti (ristretti al quadretto) che compongono i lati obliqui del triangolo ("4", "5", "6", "7" sulla figura); si fornisce così risposta "10".

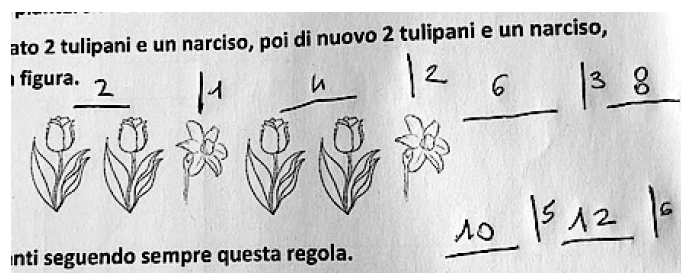
Nel protocollo seguente, la figura è invece scomposta e ricomposta correttamente in 4 quadretti ma il trattamento dell'unità di misura non è adeguato: si attribuire area " $2m^2$ " a ciascun quadretto e quindi " $8m^2$ " al poligono grigio.



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D33. Giulia vuole piantare una fila di fiori lungo il vialetto del suo giardino. Ha già piantato 2 tulipani e un narciso, poi di nuovo 2 tulipani e un narciso, come vedi in figura.  Giulia va avanti seguendo sempre questa regola. Al termine del lavoro ha piantato 12 tulipani e l'ultimo fiore è un narciso. Quanti narcisi in tutto ha piantato? Risposta: narcisi		RELAZIONI E FUNZIONI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. OBIETTIVO Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure.			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		In una sequenza di figure, determinare il numero di elementi che soddisfano i vincoli espressi in un'immagine e in un testo			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
6	Item	Mancante	Errata	Corretta	
	D33	2,8%	37,0%	60,2%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda presenta una situazione problematica che richiede di riconoscere e analizzare una regolarità in una sequenza di figure, in questo caso quella che governa la disposizione di due elementi, tulipani e narcisi: sono piantati in sequenza sempre <i>due tulipani e un narciso</i> (regola che è esplicitata sia nel testo sia nell'immagine). Non si tratta solo di riconoscere gli elementi della sequenza ma di comprendere la regola per poter prevedere che cosa accade nella parte di disposizione che 'non si vede'. Il testo definisce i confini della situazione: Giulia <i>ha piantato 12 tulipani e l'ultimo fiore è un narciso</i>. La presenza dell'ultimo vincolo fornisce un elemento di controllo e verifica, prezioso per la risoluzione: infatti, se Giulia ha piantato 12 tulipani l'insieme di due tulipani e un narciso deve ripetersi 6 volte e in tutto ci sono 18 fiori, 12 tulipani e 6 narcisi. Strategie di ragionamento efficaci si appoggiano a modalità di trattamento della sequenza di figure che rendono esplicita la regolarità con cui la sequenza va avanti, riconoscendo il numero e la posizione degli elementi. I protocolli che seguono mostrano alcune di queste modalità.    Nel protocollo a sinistra, ogni tulipano è indicato con la lettera "T" e ogni narciso con la lettera "N". Si introduce un nuovo registro, simbolico, in cui le lettere acquisiscono il ruolo dei fiori e l'intera sequenza di 18 elementi è scritta ritmicamente nella forma "TTN TTN TTN TTN TTN TTN", in modo da mantenere il controllo sul numero di tulipani (12) e quindi individuare quanti sono i narcisi (6). Analogamente, nel protocollo centrale sono stati scritti i sei moduli "TTN" e sono stati conteggiati in alto i 12 tulipani e in basso i 6 narcisi. Una diversa rappresentazione della sequenza di fiori è presente nel protocollo a destra, dove sono disegnati i 18 elementi: il segno di un "quadrato" è utilizzato per i tulipani ("=TULIPANI") e il segno di un "triangolo" per i narcisi ("=NARCISI"). La sequenza di fiori diventa una sequenza di due					

quadrati e un triangolo, che si ripetono sei volte. Internamente a ciascun segno è apposto il numero che corrisponde al conteggio effettuato, procedendo alternativamente sulla sequenza di triangoli e sulla sequenza di quadrati.

Ulteriore strategia di ragionamento efficace è offerta nel protocollo sotto, dove compaiono nuovi segni: ciascun tratto orizzontale è associato a due tulipani e ciascun tratto verticale a un narciso. I numeri indicano la quantità di fiori nei due rispettivi sottogruppi, quantità che cambia al proseguire delle due sequenze (l'una di tulipani, l'altra di narcisi), permettendo di mantenere il controllo sul numero finale di narcisi ("6") una volta raggiunti i 12 tulipani.

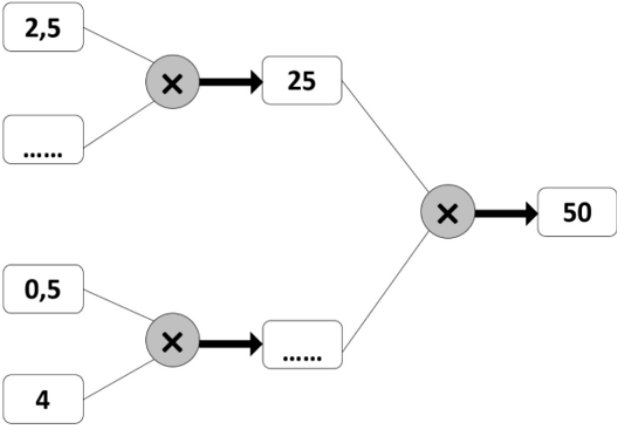
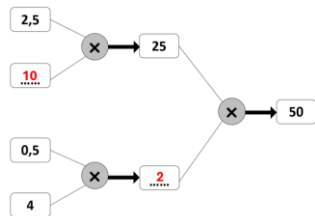


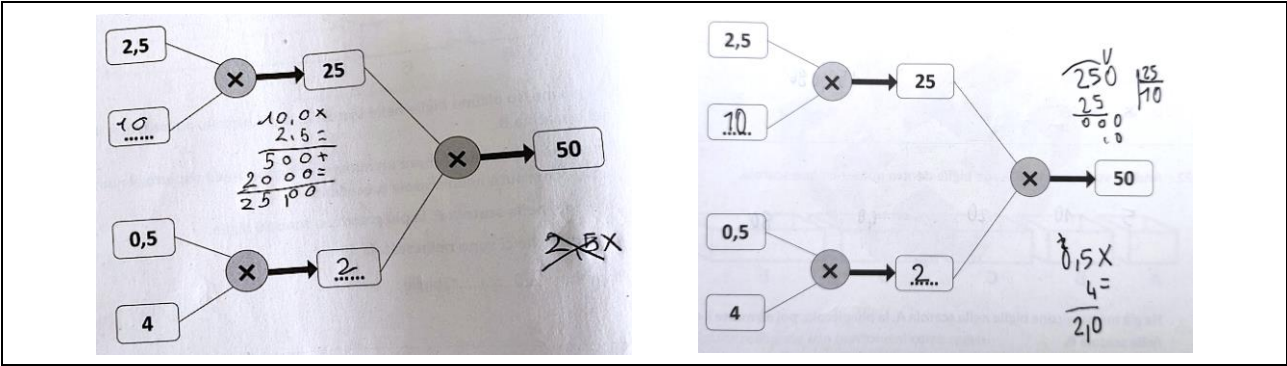
Elementi di difficoltà possono risiedere nella perdita di controllo sul numero di elementi presenti. Ad esempio, nel protocollo seguente si trova una schematizzazione di una sequenza nella quale il numero di tulipani all'inizio è "4" anziché 2 e dunque la risposta fornita è "5" *narcisi* anziché 6. È plausibile che qui ci sia stata un'interferenza con l'immagine dei quattro tulipani già forniti che ha indotto a prenderli in considerazione come punto di partenza del ragionamento. Si tratta comunque di un errore interessante, perché mette in luce capacità di analizzare la regolarità della disposizione dei fiori nella sequenza e la comprensione del vincolo di 12 tulipani alla fine, nonostante la dimenticanza dei primi due tulipani.

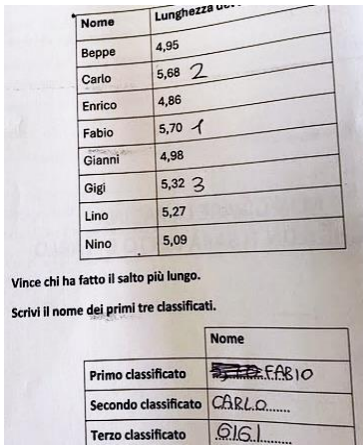
Quanti *narcisi* in tutto ha piantato?

Risposta:5..... *narcisi*

11 11 2 11 3 11 4 11 5
 4 6 8 10 12

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
D34. Questo schema rappresenta tre moltiplicazioni. Completa lo schema inserendo al posto dei puntini i numeri che mancano. 		NUMERI			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice. OBIETTIVO Eeguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Individuare i numeri mancanti nelle moltiplicazioni fornite in un diagramma			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D34	4,9%	34,2%	61,0%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
La domanda richiede di completare il diagramma fornito, nel quale sono presenti tre moltiplicazioni, l'ultima tra i risultati delle prime due. Per rispondere 2, è necessario individuare il fattore mancante della prima moltiplicazione (in alto) e il risultato mancante della seconda (in basso), in modo che i risultati di queste due moltiplicazioni permettano di ottenere 50 come risultato finale (una volta operata la terza moltiplicazione). Il diagramma fornisce un ponte tra il pensiero aritmetico e le relazioni che collegano le tre operazioni, dove sono coinvolti anche numeri con la virgola, in notazione decimale. La comprensione del diagramma necessita di una buona padronanza del concetto di <i>operazione inversa</i>, non tanto come compito esecutivo ma in relazione al suo significato che supporta la possibilità di 'muoversi' in diverse direzioni all'interno del diagramma. Per esempio, per individuare 2 (il fattore che moltiplicato per 25 permette di ottenere 50) è possibile appoggiarsi alla relazione 50 è il doppio di 25, oppure alla relazione 25 è la metà di 50 (relazioni che sono una l'inversa dell'altra). Il riconoscimento che $2,5 \times 10 = 25$ può essere supportato, d'altra parte, da ordinarie tecniche utilizzate per moltiplicare numeri decimali per 10. Dai protocolli si evincono modalità di controllo sulle operazioni da compiere per gestire, attraverso l'uso di calcoli diretti, le relazioni demandate dalla concatenazione di operazioni e dal ruolo dei numeri mancanti nel diagramma. Un esempio è fornito dal protocollo sotto, a sinistra, dove l'operazione svolta in colonna, "$10 \times 2,5$", permette di verificare il risultato 25. Il protocollo sotto, a destra, mostra altri calcoli in colonna per operare un controllo sui numeri inseriti nel diagramma, in particolare la divisione "$250:25 = 10$" in cui la proprietà invariante permette di verificare che $25:2,5 = 10$.					



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																													
D35. Questa tabella mostra i risultati di una gara scolastica di salto in lungo maschile. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nome</th> <th>Lunghezza del salto in metri</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Beppe</td><td>4,95</td></tr> <tr><td>Carlo</td><td>5,68</td></tr> <tr><td>Enrico</td><td>4,86</td></tr> <tr><td>Fabio</td><td>5,70</td></tr> <tr><td>Gianni</td><td>4,98</td></tr> <tr><td>Gigi</td><td>5,32</td></tr> <tr><td>Lino</td><td>5,27</td></tr> <tr><td>Nino</td><td>5,09</td></tr> </tbody> </table> Vince chi ha fatto il salto più lungo. Scrivi il nome dei primi tre classificati. <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Nome</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Primo classificato</td> <td>.....</td> </tr> <tr> <td>Secondo classificato</td> <td>.....</td> </tr> <tr> <td>Terzo classificato</td> <td>.....</td> </tr> </tbody> </table>		Nome	Lunghezza del salto in metri	Beppe	4,95	Carlo	5,68	Enrico	4,86	Fabio	5,70	Gianni	4,98	Gigi	5,32	Lino	5,27	Nino	5,09		Nome	Primo classificato		Secondo classificato		Terzo classificato		NUMERI DIMENSIONE Risolvere problemi RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ. TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. OBIETTIVO <i>Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali.</i> SCOPO DELLA DOMANDA Confrontare numeri decimali in un contesto reale			
Nome	Lunghezza del salto in metri																														
Beppe	4,95																														
Carlo	5,68																														
Enrico	4,86																														
Fabio	5,70																														
Gianni	4,98																														
Gigi	5,32																														
Lino	5,27																														
Nino	5,09																														
	Nome																														
Primo classificato																															
Secondo classificato																															
Terzo classificato																															
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																													
<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Nome</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Primo classificato</td> <td>Fabio</td> </tr> <tr> <td>Secondo classificato</td> <td>Carlo</td> </tr> <tr> <td>Terzo classificato</td> <td>Gigi</td> </tr> </tbody> </table>			Nome	Primo classificato	Fabio	Secondo classificato	Carlo	Terzo classificato	Gigi	Item	Mancante	Errata	Corretta																		
	Nome																														
Primo classificato	Fabio																														
Secondo classificato	Carlo																														
Terzo classificato	Gigi																														
		D35	1,8%	18,1%	80,1%																										
COMMENTI E OSSERVAZIONI																															
La domanda richiede di confrontare tra loro alcuni numeri decimali in un contesto reale di misurazione della <i>lunghezza del salto in lungo</i>. In particolare, si focalizza sull'individuazione tra le misurazioni dei salti di otto ragazzi, presentati in forma tabulare, della misura del salto più lungo e chiede il completamento della tabella che presenta i primi tre classificati, inserendo i loro nomi. I numeri decimali presenti in tabella sono tutti composti da tre cifre (unità, decimi e centesimi) in modo da agevolarne la lettura e soprattutto il confronto, senza che sia necessario 'pareggiare' il numero delle cifre (come quando, ad es., 5,70 è scritto 5,7 così da avere un numero con una sola cifra dopo la virgola). Il numero più grande di tutti è proprio 5,70 (la lunghezza in metri del salto di <i>Fabio</i>), seguono in ordine decrescente 5,68 (salto di <i>Carlo</i>) e 5,32 (salto di <i>Gigi</i>). Il protocollo seguente mostra una efficace gestione delle letture dei dati in tabella, con l'aggiunta dei tre numeri "1", "2" e "3" accanto ai nomi dei ragazzi che hanno saltato più in lungo, in modo da poterli mettere in ordine per l'inserimento in tabella.																															
																															

Un elemento di difficoltà qui è legato al fatto di dover mettere a confronto numeri decimali per i quali non può essere tralasciata nessuna delle due parti, né quella intera né quella decimale. Per esempio, la mancanza di un trattamento della parte intera può indurre a indicare il valore *4,98* (salto di *Gianni*) come quello massimo poiché (solo) la parte decimale è maggiore della parte decimale di tutti gli altri valori.