



# Esempi di domande per ambiti e livelli di competenza – Grado 13 – MATEMATICA<sup>1</sup>

---

---

<sup>1</sup> Per approfondimenti e per la terminologia usata in questo documento si rimanda al documento sulla prova INVALSI di Matematica al termine del secondo ciclo di istruzione ([https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2019/Grado\\_13\\_Prova\\_Matematica.pdf](https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2019/Grado_13_Prova_Matematica.pdf))



## Sommario

NUMERI .....	3
<b>ESEMPIO</b> .....	3
SPAZIO E FIGURE .....	8
<b>ESEMPIO</b> .....	8
RELAZIONI E FUNZIONI.....	13
<b>ESEMPIO 1</b> .....	13
<b>ESEMPIO 2</b> .....	20
<b>ESEMPIO 3</b> .....	24
DATI E PREVISIONI .....	26
<b>ESEMPIO</b> .....	26



## NUMERI

Queste domande hanno lo scopo di esemplificare i livelli presenti nell'ambito Numeri mettendo in luce il passaggio da un livello a un altro in termini di contenuti e processi necessari per rispondere correttamente.

### ESEMPIO

Le domande di questo esempio riguardano diversi contenuti relativi all'ambito Numeri. La domanda di livello 1 riguarda l'ordinamento fra numeri decimali, le domande dei livelli 2, 3, 4 e la prima del livello 5 riguardano la risoluzione di equazioni mentre la seconda domanda del livello 5 riguarda l'identificazione di proprietà dei numeri naturali.

Le domande dei livelli 1, 3 e 4 fanno riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 13, "*Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni*"; la domanda del livello 2 afferisce al Traguardo "*Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati*"; la prima domanda del livello 5 fa riferimento al Traguardo "*Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi*" mentre la seconda riguarda il Traguardo "*Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione*".

Le domande dei livelli 1, 3 e 4 fanno riferimento alla dimensione *Conoscere* del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica; la domanda del livello 2 e la prima domanda del livello 5 riguardano la dimensione *Risolvere Problemi*, mentre la seconda domanda del livello 5 riguarda la dimensione *Argomentare*.

Facendo riferimento alla terminologia usata nel documento "La prova INVALSI di Matematica al termine del secondo ciclo di istruzione" le domande dei livelli 1, 2 e 5 sono di *manutenzione*, mentre le domande dei livelli 3 e 4 sono di *ricontestualizzazione*.



## LIVELLO 1

La domanda richiede di ordinare quattro numeri razionali scritti in forma decimale. Per rispondere l'allievo/a può osservare che la cifra delle unità è la stessa per tutti i numeri e quindi è sufficiente che confronti la prima cifra della parte decimale di ciascun numero per individuare, per esclusione, l'unica risposta corretta.

### Domanda

In quale dei seguenti gruppi i numeri sono disposti in ordine crescente?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A  4,5 ; 4,052 ; 4,27 ; 4,153  
B  4,5 ; 4,27 ; 4,153 ; 4,052  
C  4,052 ; 4,5 ; 4,153 ; 4,27  
D  4,052 ; 4,153 ; 4,27 ; 4,5

**Risposta corretta: D**

## LIVELLO 2

Questa domanda richiede di determinare, conoscendo il valore che corrisponde a una percentuale data, quello che corrisponde al 100%. Per rispondere l'allievo/a può impostare una proporzione (per esempio  $98:28 = x:100$ ) oppure risolvere l'equazione  $0,28x = 98$ .

### Domanda

Anna ha letto 98 pagine di un libro che corrispondono al 28% del numero totale delle pagine.

Quante sono le pagine del libro?

Digita la risposta alla domanda.

Le pagine del libro sono

**Risposta corretta: 350**



### LIVELLO 3

Per rispondere a questa domanda l'allievo/a può ricorrere alle proprietà delle potenze a esponente reale, riconoscendo che  $2^x$  è positivo per ogni  $x$  e quindi l'equazione non ha soluzioni; oppure può procedere per esclusione sostituendo 1 e  $-1$  nell'equazione stessa. Infine, può anche far riferimento alla rappresentazione grafica di una funzione esponenziale.

**Domanda**  
Per rispondere clicca su una delle alternative.

Nell'insieme dei numeri reali l'equazione  $2^x = -2$

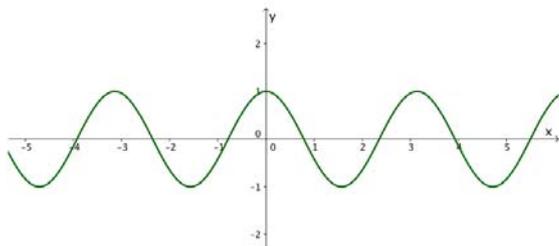
- A  non ha soluzioni
- B  ha 1 come unica soluzione
- C  ha  $-1$  come unica soluzione
- D  ha 1 e  $-1$  come soluzioni

**Risposta corretta: A**

### LIVELLO 4

Per rispondere alla domanda l'allievo/a può utilizzare la rappresentazione grafica fornita e interpretare l'equazione nel piano cartesiano osservando che i grafici delle funzioni  $y = \cos(2x)$  e  $y = 2$  non hanno intersezioni. Può anche utilizzare la conoscenza del fatto che il coseno di un numero assume solo valori compresi fra  $-1$  e  $1$  e quindi concludere che l'equazione data non ha soluzioni reali.

**Domanda**  
Osserva il grafico di  $y = \cos(2x)$ .



Per rispondere clicca su una delle alternative.

L'equazione  $\cos(2x) = 2$

- A  ha 0 come soluzione
- B  ha 1 come soluzione
- C  non ha soluzioni reali
- D  ha infinite soluzioni reali

**Risposta corretta: C**



## LIVELLO 5

Questa domanda richiede il calcolo di un valore a partire da una relazione fra i dati disponibili, alcuni dei quali espressi in forma percentuale. Per rispondere l'allievo/a può utilizzare diverse strategie. Per esempio, detto  $x$  il numero degli studenti dell'istituto, può impostare l'equazione  $0,51x = 16 + 0,49x$  o una a essa equivalente. Oppure può osservare che il 2% degli studenti corrisponde a 16 studenti e quindi il 100% a 800 studenti. Per rispondere correttamente è necessario padroneggiare la nozione di percentuale nelle sue diverse rappresentazioni comprendendone il significato e la relazione tra frequenza assoluta e frequenza percentuale.

**Domanda**

In un istituto superiore il 51% degli studenti sono maschi e il 49% sono femmine.  
I maschi sono 16 in più delle femmine.  
Quanti sono gli studenti dell'istituto?

Scrivi qui sotto i calcoli che fai per arrivare alla risposta e poi riporta il risultato.

*Digita la risposta alla domanda e il risultato.*

Risultato:

**Risultato:** 800

### Esempi di risposta corretta

- Se  $x$  è il numero totale di studenti si ha  $0,51x = 16 + 0,49x$  quindi  $0,02x = 16$  e  $x = 800$ .
- 16 studenti corrispondono al 2% del totale, quindi 8 studenti sono l'1% del totale perciò gli studenti dell'istituto sono 800.



## LIVELLO 5

La domanda coinvolge il concetto di numero primo in quanto richiede di riconoscere se una data espressione algebrica sia in grado di generare, per qualsiasi valore di  $n$ , un numero primo. Per rispondere in modo corretto l'allievo/a deve sapere che per dimostrare la falsità di una proposizione quantificata universalmente è sufficiente produrre un controesempio.

Domanda

Qualunque valore si attribuisca al numero naturale  $n$ ,  $n^2 - n + 5$  è un numero primo.

Scegli una delle due affermazioni e completa la frase.

Digita la risposta alla domanda nella casella corretta.

La precedente proposizione è vera, perché

$\sqrt{\quad}$   $x/y$   $x^n$   $\log$   $\ln$   $e$   $\infty$   $[$   $]$   $\pi$   $\sin$   $\cos$   $\leq$   $\geq$   $\times$   $+$   $-$

La precedente proposizione è falsa, perché

$\sqrt{\quad}$   $x/y$   $x^n$   $\log$   $\ln$   $e$   $\infty$   $[$   $]$   $\pi$   $\sin$   $\cos$   $\leq$   $\geq$   $\times$   $+$   $-$

**Risposta corretta:** la precedente proposizione è falsa perché ....

**Sono corrette tutte le risposte che forniscono un controesempio corretto, ad esempio:**

- se  $n = 5$  il numero che si ottiene è 25 che non è primo
- se  $n = 10$  il numero che si ottiene è 95 (è possibile lasciare implicito che il numero non sia primo)
- se  $n = 6$  il numero che si ottiene non è primo

**Oppure è corretta una risposta del tipo:** “perché non esiste una formula che generi solo numeri primi”

**Non sono accettabili risposte come:** “per alcuni valori di  $n$  non si ottiene un numero primo”.



## SPAZIO E FIGURE

Queste domande hanno lo scopo di esemplificare i singoli livelli nell'ambito Spazio e figure mettendo in luce il passaggio da un livello al successivo in termini di contenuti e processi necessari per rispondere correttamente alle domande.

### ESEMPIO

Le domande di questo esempio riguardano proprietà di figure geometriche ed equazioni di curve nel piano cartesiano.

La domanda di livello 1 afferisce al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 13 *"Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati"*; le domande dei livelli 2, 4 e 5 fanno riferimento al Traguardo *"Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi"* e la domanda di livello 3 al Traguardo *"Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale)"*.

La domanda di livello 1 fa riferimento alla dimensione *Risolvere problemi* del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica, mentre le domande dei livelli 2, 3, 4 e 5 riguardano la dimensione *Conoscere*.

Facendo riferimento alla terminologia usata nel documento "La prova INVALSI di Matematica al termine del secondo ciclo di istruzione" la domanda del livello 1 è di *manutenzione*, mentre le domande dei livelli 2, 3, 4 e 5 sono di *ricontestualizzazione*.



## LIVELLO 1

In questa domanda si richiede all'allievo/a di confrontare i perimetri di due figure piane distinte, una delle quali con area maggiore dell'altra, riconoscendo che sono uguali perché formati da segmenti a due a due congruenti.

**Domanda**

Un falegname ha montato il battiscopa lungo il perimetro delle camere da letto della signora Verdi e del signor Rossi.  
Le due stanze avevano inizialmente la stessa pianta, ma poi la signora Verdi ha ricavato nella sua un bagno mentre il signor Rossi ha costruito per la sua una cabina armadio.

altezza camera 2,80 m

Verdi Rossi

**Quale dei due battiscopa ha la lunghezza maggiore?**

Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

- A  I due battiscopa hanno la stessa lunghezza
- B  La lunghezza del battiscopa della stanza del signor Rossi è maggiore
- C  La lunghezza del battiscopa della stanza della signora Verdi è maggiore
- D  Non si può dire perché non si conoscono le misure di a e b

**Risposta corretta: A**

## LIVELLO 2

In questa domanda si richiede all'allievo/a di determinare le coordinate del centro di una circonferenza passante per tre punti dati. Dall'analisi della figura e da considerazioni sulla simmetria nella disposizione dei punti, si ricava che il centro della circonferenza si trova sull'asse y a una distanza unitaria da tutti e tre i punti.

**Domanda**

Considera nel piano cartesiano i punti P (-1 ; 1), R (1 ; 1) e Q (0 ; 2).

Determina le coordinate del centro della circonferenza che passa per i tre punti.  
Digita ciascun valore nella casella corretta.

Risposta: C (  ;  )

**Risposta corretta: (0;1)**



### LIVELLO 3

Il quesito richiede di individuare la posizione reciproca di una retta e una parabola. Sono forniti il grafico della parabola e le equazioni di quattro rette. L'allievo/a deve stabilire se ciascuna retta è secante, tangente o esterna alla parabola. Le strategie di risoluzione del problema possono essere diverse: per esempio si può procedere per via grafica oppure per via analitica, anche se quest'ultima risulta più complessa.

Domanda

Considera la parabola rappresentata in figura che ha il vertice in  $(0; 3)$  e ha come asse di simmetria l'asse  $y$ .

Associa a ciascuna delle seguenti rette la sua posizione (secante, tangente, esterna) rispetto alla parabola.

Per rispondere scegli un'alternativa da ciascun menu a tendina.

Retta	Posizione rispetto alla parabola
$y = x + 1$	Seleziona una sce... ▾
$x = 4$	Seleziona una sce... ▾
$y = 3$	Seleziona una sce... ▾
$y = 5 - x$	Seleziona una sce... ▾

**Risposta corretta:** secante; secante; tangente; esterna



## LIVELLO 4

In questa domanda l'allievo/a deve riconoscere l'equazione di una parabola che soddisfa condizioni assegnate. Due di queste condizioni, riguardanti il vertice e l'asse di simmetria, sono verificate per tutte le equazioni fornite, la terza condizione si verifica solo per la parabola dell'opzione A.

Domanda

Una parabola

- ha l'asse di simmetria coincidente con l'asse  $y$ ,
- ha il vertice nel punto  $O(0;0)$ ,
- passa per  $P(3;1)$ .

Quale tra le seguenti è un'equazione della parabola?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A   $y = \frac{1}{9}x^2$
- B   $y = \frac{1}{3}x^2$
- C   $y = 3x^2$
- D   $y = 9x^2$

**Risposta corretta: A**

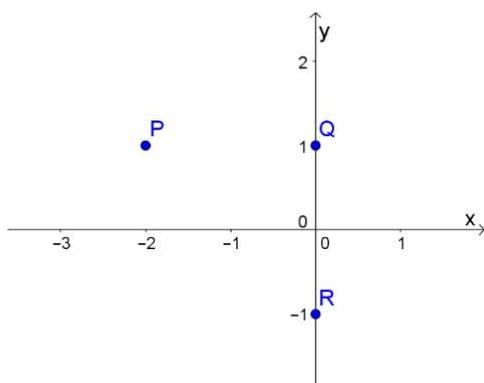


## LIVELLO 5

Il problema richiede di determinare il raggio della circonferenza che passa per tre punti dati. L'allievo/a può rispondere al quesito utilizzando diverse strategie sia di tipo sintetico sia di tipo analitico. Considerazioni di carattere geometrico (per esempio riconoscere che il segmento  $PR$  è il diametro della circonferenza, poiché l'angolo  $PQR$  è retto, oppure che il centro della circonferenza è il punto di intersezione degli assi dei segmenti  $PQ$  e  $QR$ ) consentono tuttavia strategie risolutive più efficienti.

### Domanda

Considera nel piano cartesiano i punti  $P(-2; 1)$ ,  $R(0; -1)$  e  $Q(0; 1)$ .



Determina il raggio  $r$  della circonferenza che passa per i tre punti.

Digita il risultato.

Risultato:

$\sqrt{\quad}$	$x/y$	$x^a$	log	ln	e	$\infty$	[	]
$\pi$	sin	cos	$\leq$	$\geq$	$\times$	$\div$	$\pm$	

$r =$

**Risposta corretta:**  $\sqrt{2}$



## RELAZIONI E FUNZIONI

Queste domande hanno lo scopo di esemplificare i singoli livelli nell'ambito Relazioni e funzioni mettendo in luce il passaggio da un livello al successivo in termini di contenuti e processi necessari per rispondere correttamente alle domande.

### ESEMPIO 1

In questo esempio tutte le domande riguardano aspetti grafici di relazioni o funzioni in contesti matematici o reali.

La domanda del livello 1, la seconda del livello 2 e le domande dei livelli 3 e 4 afferiscono al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 13, *"Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale)"* mentre la prima domanda del livello 2 e la domanda del livello 5 afferiscono al Traguardo *"Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni"*.

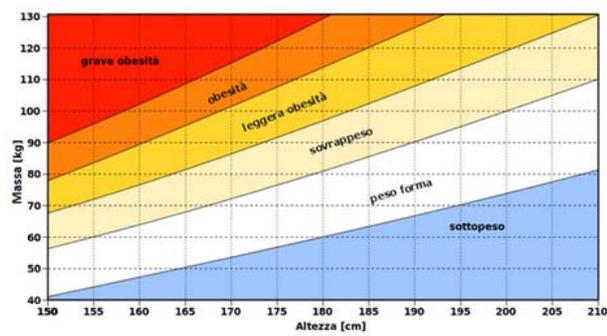
La domanda del livello 1, la seconda domanda del livello 2, la domanda del livello 3 e quella del livello 4 fanno riferimento alla dimensione *Conoscere* del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica, mentre la prima domanda del livello 2 e quella del livello 5 riguardano la dimensione *Risolvere Problemi*.

Facendo riferimento alla terminologia usata nel documento "La prova INVALSI di Matematica al termine del secondo ciclo di istruzione" la domanda del livello 1, la prima del livello 2 e quella del livello 5 sono di *manutenzione*, mentre la seconda domanda del livello 2 e le domande dei livelli 3 e 4 sono di *ricontestualizzazione*.



## LIVELLO 1

Per rispondere a questa domanda l'allievo/a deve individuare, date le sue coordinate, un punto su un piano cartesiano e riconoscere che appartiene a una specifica categoria (la fascia che indica il sovrappeso).

<p><b>Domanda</b></p> <p>L'indice di massa corporea (IMC) è un indicatore della forma fisica. L'IMC di un individuo è il rapporto tra la sua massa (in chilogrammi) e il quadrato della sua altezza (in metri). L'unità di misura dell'IMC è il <math>\text{kg}/\text{m}^2</math>.</p> <p>Il seguente grafico suddivide la popolazione adulta in sei <u>categorie</u> in relazione all'IMC.</p>  <table border="1"><caption>Tabella dei dati del grafico IMC</caption><thead><tr><th>Altezza [cm]</th><th>Limite inferiore (kg)</th><th>Limite superiore (kg)</th></tr></thead><tbody><tr><td>150</td><td>40</td><td>80</td></tr><tr><td>155</td><td>45</td><td>85</td></tr><tr><td>160</td><td>50</td><td>90</td></tr><tr><td>165</td><td>55</td><td>95</td></tr><tr><td>170</td><td>60</td><td>100</td></tr><tr><td>175</td><td>65</td><td>105</td></tr><tr><td>180</td><td>70</td><td>110</td></tr><tr><td>185</td><td>75</td><td>115</td></tr><tr><td>190</td><td>80</td><td>120</td></tr><tr><td>195</td><td>85</td><td>125</td></tr><tr><td>200</td><td>90</td><td>130</td></tr><tr><td>205</td><td>95</td><td>135</td></tr><tr><td>210</td><td>100</td><td>140</td></tr></tbody></table>	Altezza [cm]	Limite inferiore (kg)	Limite superiore (kg)	150	40	80	155	45	85	160	50	90	165	55	95	170	60	100	175	65	105	180	70	110	185	75	115	190	80	120	195	85	125	200	90	130	205	95	135	210	100	140	<p><b>Domanda 1/2</b></p> <p>Maurizio è alto 180 cm e ha una massa di 85 kg. A quale categoria appartiene?</p> <p>Fai riferimento al grafico a sinistra e digita la risposta alla domanda.</p> <p>Risposta: <input type="text"/></p>
Altezza [cm]	Limite inferiore (kg)	Limite superiore (kg)																																									
150	40	80																																									
155	45	85																																									
160	50	90																																									
165	55	95																																									
170	60	100																																									
175	65	105																																									
180	70	110																																									
185	75	115																																									
190	80	120																																									
195	85	125																																									
200	90	130																																									
205	95	135																																									
210	100	140																																									

**Risposta corretta:** sovrappeso

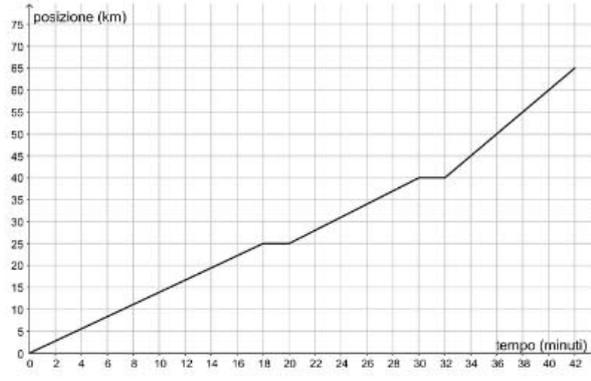


## LIVELLO 2

Il quesito richiede di interpretare un grafico di tipo posizione - tempo. In particolare, per rispondere alla terza domanda, l'allievo/a deve confrontare due velocità valutando le pendenze di due segmenti.

**Domanda**

Il grafico seguente rappresenta la posizione di un treno in funzione del tempo nel percorso dalla stazione di Bologna alla stazione di Reggio Emilia. Durante il percorso il treno effettua due fermate intermedie: la prima a Castelfranco e la seconda a Modena.



Domanda 1/2	V	F
1. In ognuna delle stazioni intermedie il treno si ferma per due minuti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Il percorso Castelfranco - Modena è lungo 40 km	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Nel tratto Bologna - Castelfranco la velocità media è maggiore che nel tratto Modena - Reggio Emilia	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**Risposta corretta:** V – F – F (la risposta è corretta se sono corrette 3 risposte su 3)



## LIVELLO 2

Per rispondere a questa domanda l'allievo/a deve riconoscere, tra diversi grafici di funzioni, quello che soddisfa tutte e tre le caratteristiche elencate nel testo della domanda (dominio, segno e intersezioni con gli assi).

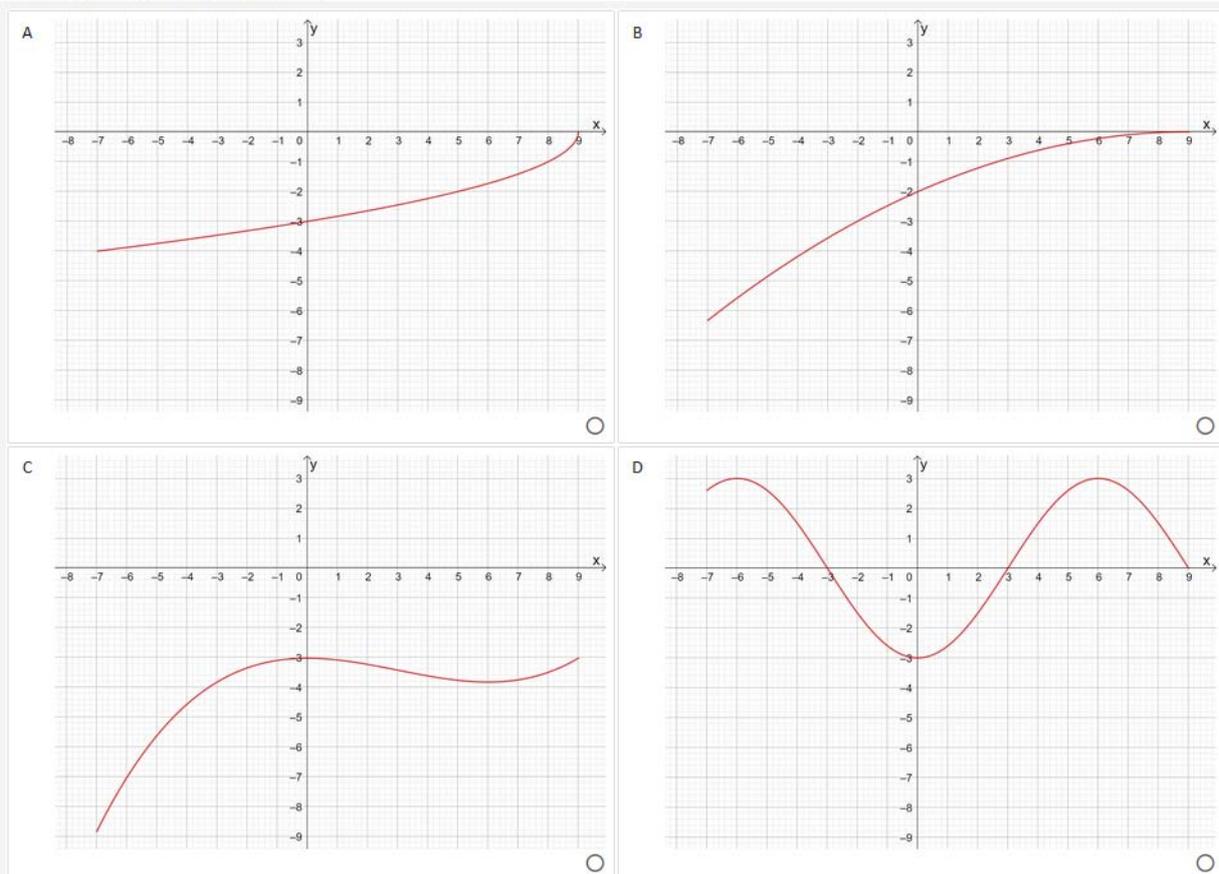
Domanda

La funzione  $f$  ha le seguenti proprietà:

- è definita per ogni numero reale maggiore o uguale a  $-7$  e minore o uguale a  $9$
- assume solo valori negativi o nulli
- il suo grafico incontra gli assi cartesiani nei punti  $(9; 0)$  e  $(0; -3)$ .

Quale tra i seguenti può essere il grafico della funzione  $f$ ?

Per rispondere clicca su una delle alternative.



Risposta corretta: A



### LIVELLO 3

Per rispondere a questa domanda l'allievo/a deve riconoscere l'insieme delle soluzioni di una disequazione che coinvolge due funzioni reali di variabile reale, confrontandone i grafici rappresentati su un piano cartesiano.

**Domanda**

Osserva i grafici delle funzioni  $f$  e  $g$  di variabile reale definite nell'intervallo  $]-6; 6[$ .

Fai riferimento ai grafici a sinistra e clicca su una delle alternative.

L'insieme delle soluzioni della disequazione  $f(x) < g(x)$  è

- A   $(-3 < x < 0) \vee (3 < x < 6)$
- B   $(-6 < x < -3) \vee (0 < x < 3)$
- C   $(-2 < x < -1) \vee (0 < x < 1)$
- D   $(-1 < x < 0) \vee (1 < x < 2)$

**Risposta corretta: B**

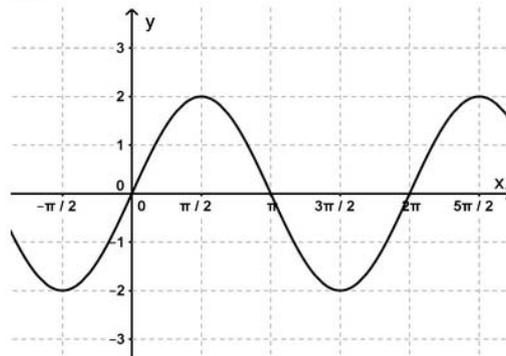


**LIVELLO 4**

Per rispondere a questa domanda l'allievo/a deve riconoscere, tra diverse equazioni date, quella che può rappresentare il grafico di una funzione circolare nel piano cartesiano.

Domanda

In figura è rappresentato il grafico di una funzione  $f$ .



Quale delle seguenti equazioni può rappresentare  $f$  ?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A   $f(x) = -\sin(x)$
- B   $f(x) = \sin(x) + 2$
- C   $f(x) = \sin(2x)$
- D   $f(x) = 2\sin(x)$

**Risposta corretta: D**



## LIVELLO 5

La situazione è la stessa descritta nella domanda di livello 2. In questo caso, però, l'allievo/a deve calcolare una velocità media individuando sul grafico l'intero percorso e il tempo totale impiegato a percorrerlo. Inoltre, deve effettuare una equivalenza per esprimere il risultato in km/h.

<p><b>Domanda</b></p> <p>Il grafico seguente rappresenta la posizione di un treno in funzione del tempo nel percorso dalla stazione di Bologna alla stazione di Reggio Emilia. Durante il percorso il treno effettua due fermate intermedie: la prima a Castelfranco e la seconda a Modena.</p>	<p><b>Domanda 2/2</b></p> <p>Qual è la velocità media nell'intero percorso?</p> <p><i>Fai riferimento al grafico a sinistra e digita la risposta alla domanda.</i></p> <p>Risultato: <input type="text"/> km/h</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Risposta corretta:** 93 (accettabili tutti i valori compresi tra 92 e 93, estremi inclusi)



## ESEMPIO 2

In questo esempio tutte le domande riguardano il riconoscimento e l'utilizzo di modelli matematici lineari e non, anche sotto forme diverse, che descrivono le situazioni proposte.

Le domande dei livelli 1 e 5 afferiscono al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 13 "Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati"; la domanda del livello 2 e la prima domanda del livello 3 riguardano il Traguardo "Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale)"; la seconda domanda del livello 3 riguarda il Traguardo "Riconosce, tra diversi modelli matematici proposti, quelli più adeguati a descrivere determinate situazioni oggetto di interesse"; infine la domanda del livello 4 afferisce al Traguardo "Utilizza semplici modelli matematici dati per descrivere situazioni e fenomeni reali".

La domanda del livello 2 e la prima domanda del livello 3 fanno riferimento alla dimensione *Conoscere* del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica; tutte le altre alla dimensione *Risolvere Problemi*.

Facendo riferimento alla terminologia usata nel documento "La prova INVALSI di Matematica al termine del secondo ciclo di istruzione" la domanda del livello 1, quella del livello 2, la prima del livello 3 e quella del livello 4 sono di *manutenzione*, mentre la seconda domanda del livello 3 e quella del livello 5 sono di *ricontestualizzazione*.

### **LIVELLO 1**

La situazione, descritta verbalmente, è riconducibile a un problema che coinvolge relazioni di tipo lineare. L'allievo/a può risolvere il problema con semplici procedure di calcolo.

<p>Domanda</p> <p>Per frequentare un centro ippico Arianna deve pagare una quota associativa annua di 80 € e 20 € per ogni lezione di equitazione.</p>	<p>Domanda 2/3</p> <p>Arianna ha a disposizione 500 €. Se si iscrive al centro ippico, qual è il numero massimo di lezioni che può prendere quest'anno?</p> <p>Digita la risposta alla domanda.</p> <p>Risposta: <input type="text"/></p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Risposta corretta: 21**



## LIVELLO 2

La situazione è la stessa descritta nella domanda di livello 1. L'allievo/a deve scegliere, tra le quattro opzioni proposte, la rappresentazione grafica della relazione descritta nel testo valutandone aspetti puntuali o globali (per esempio individuando l'intercetta all'origine e la pendenza).

<p><b>Domanda</b></p> <p>Per frequentare un centro ippico Arianna deve pagare una quota associativa annua di 80 € e 20 € per ogni lezione di equitazione.</p>	<p><b>Domanda 1/3</b></p> <p>Quale fra i seguenti grafici descrive il costo annuo complessivo <math>C</math> (in €) in funzione del numero <math>n</math> di lezioni?</p> <p><i>Per rispondere clicca su una delle alternative. Se ti accorgi di aver sbagliato, devi prima deselezionare la risposta scelta e poi cliccare con il mouse sul pallino accanto alla risposta che ritieni corretta.</i></p> <div data-bbox="502 795 1388 1377"><p>Graph A: <math>C</math> (€) vs <math>n</math>. The vertical axis ranges from 0 to 600 in increments of 50. The horizontal axis ranges from 0 to 32 in increments of 2. A straight line starts at (0, 80) and passes through points like (2, 100), (4, 120), (6, 140), (8, 160), (10, 180), (12, 200), (14, 220), (16, 240), (18, 260), (20, 280), (22, 300), (24, 320), (26, 340), (28, 360), (30, 380), (32, 400). A radio button is next to the label 'A'.</p><p>Graph B: <math>C</math> (€) vs <math>n</math>. The vertical axis ranges from 0 to 160 in increments of 10. The horizontal axis ranges from 0 to 32 in increments of 2. A horizontal line is drawn at <math>C = 80</math>. A radio button is next to the label 'B'.</p><p>Graph C: <math>C</math> (€) vs <math>n</math>. The vertical axis ranges from 0 to 600 in increments of 40. The horizontal axis ranges from 0 to 7 in increments of 1. A curve starts at (0, 80) and increases at an increasing rate, passing through points like (1, 100), (2, 120), (3, 140), (4, 160), (5, 180), (6, 200), (7, 220). A radio button is next to the label 'C'.</p><p>Graph D: <math>C</math> (€) vs <math>n</math>. The vertical axis ranges from 0 to 650 in increments of 50. The horizontal axis ranges from 0 to 32 in increments of 2. A straight line starts at (0, 0) and passes through points like (2, 50), (4, 100), (6, 150), (8, 200), (10, 250), (12, 300), (14, 350), (16, 400), (18, 450), (20, 500), (22, 550), (24, 600), (26, 650). A radio button is next to the label 'D'.</p></div>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Risposta corretta: A**



### LIVELLO 3

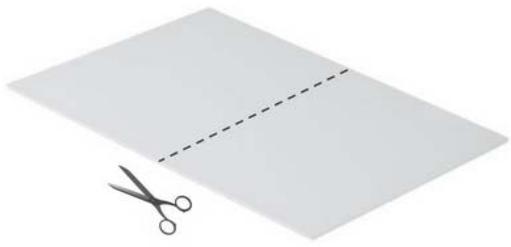
La situazione è la stessa di quella descritta nelle domande di livello 1 e di livello 2. La domanda richiede di passare dal linguaggio verbale al linguaggio algebrico, costruendo un'espressione lineare che corrisponde alla situazione descritta nel testo.

<p>Domanda</p> <p>Per frequentare un centro ippico Arianna deve pagare una quota associativa annua di 80 € e 20 € per ogni lezione di equitazione.</p>	<p>Domanda 3/3</p> <p>Completa la formula che esprime il costo annuo <math>C</math> (in €) in funzione del numero <math>n</math> delle lezioni.</p> <p>Digita la risposta alla domanda.</p> <p>Risposta: <math>C =</math> <input type="text"/></p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Risposta corretta:**  $20n + 80$  o espressioni equivalenti

### LIVELLO 3

L'allievo/a deve riconoscere, tra diverse formule, quella che modella una situazione, descritta verbalmente nel testo, che riguarda una crescita esponenziale.

<p>Domanda</p> <p>Un foglio di carta dello spessore di 0,01 cm viene tagliato in due e i due pezzi sono messi uno sopra l'altro. I due pezzi di carta sovrapposti sono a loro volta tagliati in due e disposti a formare una pila di 4 pezzi e così via.</p> 	<p>Una delle seguenti formule esprime lo spessore <math>s</math> (in cm) della pila al variare del numero <math>n</math> di tagli fatti. Quale?</p> <p>Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.</p> <p>A <input type="radio"/> <math>s = 0,01 \cdot 2^n</math></p> <p>B <input type="radio"/> <math>s = 0,01 \cdot 2 \cdot n</math></p> <p>C <input type="radio"/> <math>s = 0,01 \cdot 2 \cdot n^2</math></p> <p>D <input type="radio"/> <math>s = 0,01 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n</math></p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Risposta corretta:** A



#### LIVELLO 4

Per rispondere a questa domanda l'allievo/a può utilizzare diverse strategie. Per esempio, a partire dal concetto di pendenza, calcolare l'incremento richiesto dividendo 9 per 1,8; oppure scegliere due punti del grafico della funzione data le cui ordinate differiscono di 9 ed eseguire la differenza tra le corrispondenti ascisse.

<p>Domanda</p> <p>Nicole passeggia in una via di New York e legge la temperatura di <math>77^\circ F</math> su un pannello pubblicitario.</p> <p>La formula che permette di trasformare i gradi Celsius in gradi Fahrenheit è la seguente:</p> $F = 1,8 C + 32$	<p>Se la temperatura espressa in gradi Fahrenheit aumenta di <math>9^\circ F</math>, qual è l'aumento corrispondente in gradi Celsius?</p> <p>Digita il risultato.</p> <p>Risultato: <input type="text"/> °C</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Risposta corretta: 5

#### LIVELLO 5

L'allievo/a deve risolvere un problema di capitalizzazione composta per calcolare il tasso di interesse attraverso una successione di operazioni sui dati forniti (dividere il montante per il capitale iniziale, estrarre la radice quadrata, sottrarre 1) esprimendo, infine, in forma percentuale il risultato ottenuto.

<p>Domanda</p> <p>Una società offre ai clienti la possibilità di investire un certo capitale secondo la legge <math>C_t = C_0(1+i)^t</math> dove:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <math>C_0</math> è il capitale iniziale investito al tempo <math>t = 0</math>;</li><li>• <math>C_t</math> è il capitale disponibile (montante) dopo <math>t</math> anni dall'inizio dell'investimento;</li><li>• <math>i</math> è il tasso di interesse annuo.</li></ul>	<p>Domanda 2/2</p> <p>A quale tasso di interesse annuo Anna deve investire 20000 € per ottenere tra due anni 21000 € ?</p> <p>Scrivi il risultato in forma percentuale e approssimalo inserendo una cifra in ciascuna casella.</p> <p>Digita la risposta alla domanda.</p> <p>Risposta: <input type="text"/> , <input type="text"/> %</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Risposta corretta: 2,5 o 2,4



### ESEMPIO 3

In questo esempio tutte le domande riguardano le funzioni definite nell'insieme dei numeri reali e le loro proprietà.

Tutte le domande afferiscono al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 13 "Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni".

Tutte le domande fanno riferimento alla dimensione *Conoscere* del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica.

Facendo riferimento alla terminologia usata nel documento "La prova INVALSI di Matematica al termine del secondo ciclo di istruzione" tutte le domande sono di *ricontestualizzazione*.

#### **LIVELLO 1**

Il quesito richiede di calcolare il valore di una funzione parametrica conoscendo il valore del parametro e della variabile indipendente.

<p>Domanda</p> <p>Per ogni numero reale <math>k</math>, considera la funzione <math>f(x) = 2^x + k</math>.</p>	<p>Domanda 1/2</p> <p>Se <math>k = 2</math> e <math>x = 3</math>, quanto vale <math>f(x)</math>?</p> <p>Digita la risposta alla domanda.</p> <p>Risposta: <input type="text"/></p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Risposta corretta: 10**



### LIVELLO 3

Il quesito richiede di calcolare il valore della variabile indipendente di una funzione parametrica conoscendo il valore del parametro e della variabile dipendente, risolvendo un'equazione esponenziale elementare.

<p>Domanda</p> <p>Per ogni numero reale <math>k</math>, considera la funzione <math>f(x) = 2^x + k</math>.</p>	<p>Domanda 2/2</p> <p>Se <math>k = 3</math> e <math>f(x) = 5</math>, qual è il valore di <math>x</math>?</p> <p>Digita la risposta alla domanda.</p> <p>Risposta: <input type="text"/></p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Risposta corretta:** 1

### LIVELLO 5

Il quesito richiede di riconoscere la verità di affermazioni riguardanti le proprietà di una funzione polinomiale di secondo grado (zeri, positività e massimo). L'alunno/a può usare strategie di tipo grafico o algebrico.

<p>Domanda</p> <p>Considera la funzione polinomiale <math>p(x) = x^2 - 4x</math> definita nell'insieme dei numeri reali.</p> <p>Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).</p> <p>Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.</p>	<p>V</p>	<p>F</p>
1. $p(x)$ si annulla per un solo valore di $x$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. $p(x)$ non assume valori minori di $-4$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. se $x$ è positiva $p(x)$ è positiva	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**Risposta corretta:** F - V - F (la risposta è corretta se sono corrette 3 risposte su 3)



## DATI E PREVISIONI

Queste domande hanno lo scopo di esemplificare i singoli livelli dell'ambito Dati e previsioni mettendo in luce il passaggio da un livello al successivo in termini di contenuti e processi necessari per rispondere correttamente alle domande.

### ESEMPIO

Tutte le domande di questo esempio riguardano situazioni in cui è richiesto di determinare una probabilità, tranne per la domanda del livello 1, in cui è richiesto di calcolare le frequenze marginali in una tabella di contingenza.

La domanda del livello 1 afferisce al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 13 *“Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni”*, mentre le domande dei livelli 2, 3, 4 e 5 fanno riferimento al Traguardo *“Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari”*.

Tutte le domande afferiscono alla dimensione *Risolvere problemi* del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica.

Facendo riferimento alla terminologia usata nel documento "La prova INVALSI di Matematica al termine del secondo ciclo di istruzione" tutte le domande di quest'esempio sono di *manutenzione*.



## LIVELLO 1

In questa domanda viene fornita una tabella di contingenza e l'allievo/a deve calcolare una frequenza marginale addizionando due valori in colonna.

<p><b>Domanda</b></p> <p>È stato effettuato un sondaggio su un campione di 3000 uomini di età compresa fra i 30 e i 60 anni per conoscere la loro opinione su una rivista mensile dedicata allo sport. Si sono ottenuti i seguenti risultati:</p>	<p><b>Domanda 1/3</b></p> <p>Quanti sono gli uomini disoccupati intervistati?</p> <p><i>Fai riferimento alla tabella a sinistra e digita la risposta alla domanda.</i></p> <p>Risposta: <input type="text"/></p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	Occupati	Disoccupati
Giudizio positivo	900	552
Giudizio negativo	734	814

**Risposta corretta:** 1366



## LIVELLO 2

In questa domanda l'allievo/a deve ricavare dalla descrizione di una situazione i dati necessari per calcolare la probabilità di un evento e riconoscere il risultato tra quelli proposti. Si osserva che le frazioni presenti nelle diverse opzioni di risposta non sono semplificate e quindi il riconoscimento della risposta corretta è immediato.

### Domanda

Il semaforo che controlla un attraversamento pedonale è programmato nel modo seguente:

	Luce rossa per 120''
	Luce gialla per 12''
	Luce verde per 60''

Il ciclo si ripete in modo identico per tutta la giornata. In un istante a caso un pedone arriva al semaforo. Qual è la probabilità che il semaforo sia rosso?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A   $\frac{120}{192}$
- B   $\frac{72}{120}$
- C   $\frac{120}{72}$
- D   $\frac{72}{192}$

**Risposta corretta: A**



### LIVELLO 3

Questa domanda riprende la situazione della domanda del livello 1. L'allievo/a deve calcolare una frequenza marginale, individuare nel testo la numerosità del campione e utilizzare questi dati per calcolare una probabilità.

<p><b>Domanda</b></p> <p>È stato effettuato un sondaggio su un campione di 3000 uomini di età compresa fra i 30 e i 60 anni per conoscere la loro opinione su una rivista mensile dedicata allo sport. Si sono ottenuti i seguenti risultati:</p>	<p><b>Domanda 2/3</b></p> <p>Scegliendo a caso uno degli uomini intervistati, qual è la probabilità che abbia espresso un giudizio negativo?</p> <p><i>Fai riferimento alla tabella a sinistra e digita la risposta alla domanda.</i></p> <p>Risposta: <input type="text"/></p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	Occupati	Disoccupati
Giudizio positivo	900	552
Giudizio negativo	734	814

**Risposta:** 1548/3000 o forme equivalenti



#### LIVELLO 4

Questa domanda presenta la stessa situazione della domanda del livello 2. In questo caso, però, l'allievo/a deve individuare la probabilità che un dato evento non si verifichi riconoscendola tra quattro frazioni ridotte ai minimi termini.

**Domanda**

Il semaforo che controlla un attraversamento pedonale è programmato nel modo seguente:

	Luce rossa per 120''
	Luce gialla per 12''
	Luce verde per 60''

Il ciclo si ripete in modo identico per tutta la giornata. In un istante a caso un pedone arriva al semaforo. Qual è la probabilità che il semaforo non sia verde?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A   $\frac{2}{3}$   
B   $\frac{11}{16}$   
C   $\frac{5}{16}$   
D   $\frac{1}{3}$

**Risposta corretta: B**



## LIVELLO 5

La domanda riguarda la stessa situazione delle domande dei livelli 1 e 3. In questo caso l'allievo/a deve calcolare una probabilità condizionata ricavando i dati necessari dalla tabella di contingenza.

<p><b>Domanda</b></p> <p>È stato effettuato un sondaggio su un campione di 3000 uomini di età compresa fra i 30 e i 60 anni per conoscere la loro opinione su una rivista mensile dedicata allo sport. Si sono ottenuti i seguenti risultati:</p>	<p><b>Domanda 3/3</b></p> <p>Scegliendo a caso uno degli uomini intervistati tra quelli che hanno espresso un giudizio positivo, qual è la probabilità che sia un uomo occupato?</p> <p><i>Fai riferimento alla tabella a sinistra e digita la risposta alla domanda.</i></p> <p>Risposta: <input type="text"/></p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	Occupati	Disoccupati
Giudizio positivo	900	552
Giudizio negativo	734	814

**Risposta:** 900/1452 o forme equivalenti