



ISTITUTO NAZIONALE PER LA VALUTAZIONE
DEL SISTEMA EDUCATIVO DI ISTRUZIONE E DI FORMAZIONE

Servizio Nazionale di Valutazione

**GUIDA ALLA LETTURA
PROVA DI MATEMATICA**

Classe quinta – Scuola primaria

Anno scolastico 2022/2023



Principali caratteristiche della Prova del Grado 5

Tab.1 Distribuzione dei quesiti secondo gli AMBITI

Ambito	Numero di domande	Numero di Item ¹
Numeri	13	13
Spazio e figure	9	9
Dati e previsioni	6	13
Relazioni e funzioni	6	6
TOTALE	34	41

Tab.2 Distribuzione degli item secondo le DIMENSIONI

Dimensione	Numeri	Spazio e figure	Dati e previsioni	Relazioni e funzioni	TOTALE
	NU	SF	DP	RF	
Conoscere	7	6	1	2	16
Risolvere problemi	5	1	12	3	21
Argomentare	1	2	0	1	4
TOTALE	13	9	13	6	41

Tab. 3 Suddivisione degli item in relazione ad ambiti e traguardi delle Indicazioni nazionali

TRAGUARDI	AMBITI				TOT
	NU	SF	DP	RF	
TP1. L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.	6	0	0	1	7
TP2. Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.	0	2	0	1	3
TP3. Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.	0	5	0	0	5
TP4. Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).	1	0	0	0	1
TP5. Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.	0	0	12	0	12
TP6. Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.	0	0	0	0	0
TP7. Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.	0	1	0	0	1
TP8. Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.	3	0	1	2	6
TP9. Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.	1	1	0	1	3
TP10. Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)	2	0	0	1	3
TOTALE	13	9	13	6	41

¹ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tab. 4 Composizione della prova: tabella riassuntiva

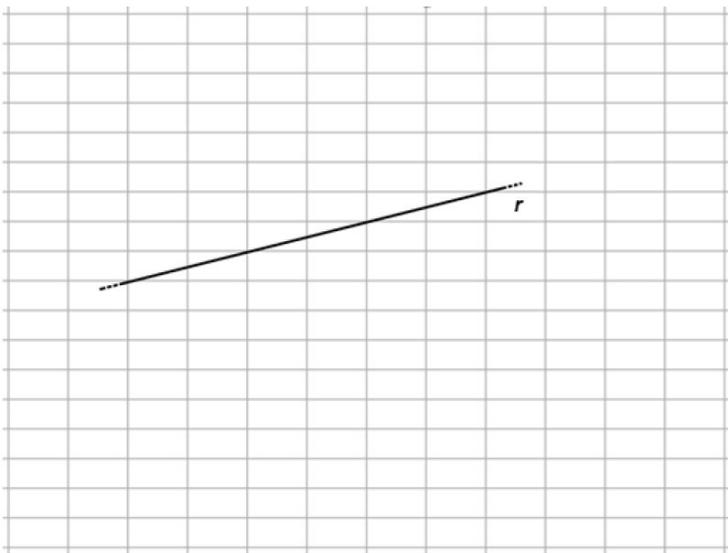
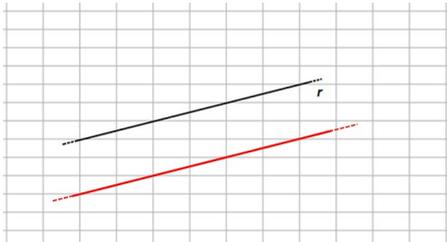
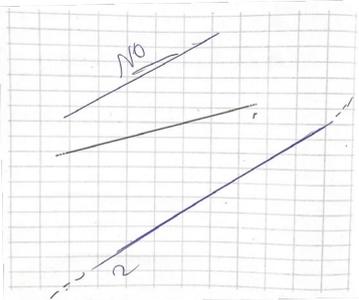
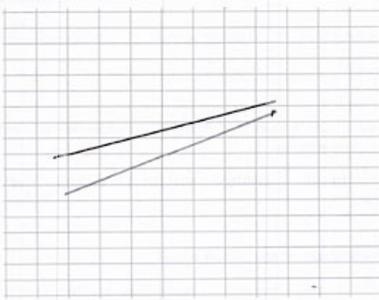
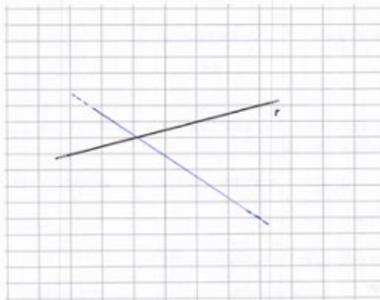
DOM.	AMBITO	TRAGUARDO	DIMENSIONE	Scopo della domanda
D1	NU	TP1	Conoscere	Individuare il numero da aggiungere a un numero decimale per ottenere un dato numero intero
D2	SF	TP2	Conoscere	Disegnare una retta parallela a una retta data su una griglia non monometrica
D3	RF	TP8	Risolvere problemi	Individuare la relazione tra gli elementi che verificano una data uguaglianza
D4	NU	TP1	Conoscere	Stimare il risultato della moltiplicazione per 0,5 di un numero compreso in un dato intervallo
D5	DP	TP5	Risolvere problemi	Ricavare informazioni da dati rappresentati con un grafico a barre
D6	NU	TP8	Risolvere problemi	Risolvere una situazione problematica che coinvolge una divisione con resto
D7	SF	TP3	Conoscere	Individuare poligoni con un dato numero di angoli retti
D8	NU	TP9	Argomentare	Utilizzare il significato relazionale del segno uguale per argomentare
D9	DP	TP5	Conoscere	Completare un grafico utilizzando dati rappresentati in una tabella
D10	RF	TP9	Argomentare	Argomentare per confrontare due prezzi mediante il tasso di cambio
D11	NU	TP1	Conoscere	Utilizzare la notazione posizionale per individuare il numero che corrisponde al risultato di una somma
D12	NU	TP10	Risolvere problemi	Individuare la frazione corrispondente a una data porzione di un rettangolo
D13	RF	TP10	Risolvere problemi	Individuare il valore delle incognite che soddisfano due date uguaglianze
D14	NU	TP8	Risolvere problemi	Individuare la frazione di un numero per risolvere una situazione problematica
D15_a	DP	TP5	Risolvere problemi	Ricavare informazioni da dati rappresentati in una infografica
D15_b	DP	TP5	Risolvere problemi	Stimare il valore di una percentuale da dati rappresentati in una infografica
D16	SF	TP3	Conoscere	Individuare la rappresentazione piana di un oggetto cilindrico dopo che è stato operato un taglio indicato sull'oggetto
D17	SF	TP9	Argomentare	Individuare l'argomentazione che spiega l'impossibilità di costruire un rettangolo con date caratteristiche
D18	RF	TP2	Conoscere	Individuare il numero di elementi che compongono una figura in una data sequenza di figure
D19	SF	TP7	Argomentare	Individuare un poligono a partire dalla verità o falsità di affermazioni relative a proprietà geometriche

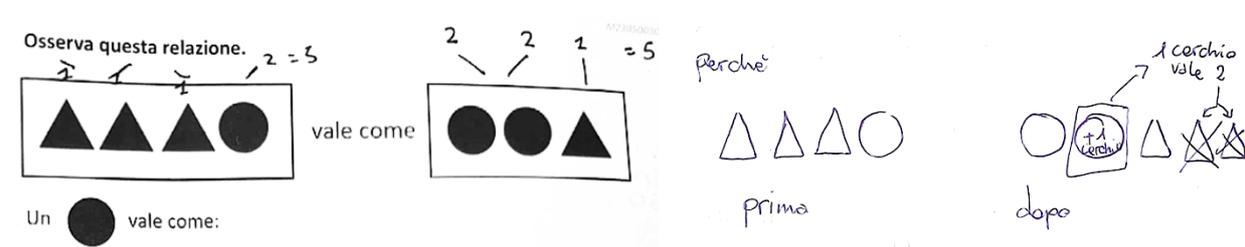
DOM.	AMBITO	TRAGUARDO	DIMENSIONE	Scopo della domanda
D20	DP	TP5	Risolvere problemi	Ricavare informazioni su intervalli di tempo da dati rappresentati in una tabella
D21	NU	TP4	Risolvere problemi	Utilizzare le unità convenzionali di misura del tempo per individuare un orario in una situazione problematica
D22	SF	TP3	Conoscere	Individuare il numero di elementi mancanti in una tassellazione
D23	NU	TP1	Conoscere	Individuare la cifra delle unità nel risultato della moltiplicazione di un numero decimale per 0,5
D24	DP	TP8	Risolvere problemi	Individuare le frequenze mancanti in una distribuzione di cui è nota la media aritmetica
D25	SF	TP3	Risolvere problemi	Individuare il quadrilatero che può essere costruito con lati di date lunghezze
D26	NU	TP1	Conoscere	Individuare un numero che soddisfa alcune proprietà
D27	DP	TP5	Risolvere problemi	Completare un grafico utilizzando le informazioni fornite in un testo e opportuni dati rappresentati in una tabella
D28	SF	TP2	Conoscere	Disegnare la figura simmetrica di una figura data rispetto a un asse di simmetria
D29	RF	TP8	Risolvere problemi	Individuare la relazione tra le aree di due figure a partire dal rapporto tra un lato dell'una e il lato dell'altra
D30	NU	TP1	Conoscere	Scrivere un numero che soddisfa dati vincoli, utilizzando il valore posizionale delle cifre
D31	SF	TP3	Conoscere	Scomporre un trapezio in posizione non standard in un rettangolo e due triangoli
D32	NU	TP10	Conoscere	Posizionare un numero razionale sulla retta individuandone scritte equivalenti
D33	RF	TP1	Conoscere	Individuare il numero che rende vera una relazione espressa in un testo che coinvolge aspetti logici e matematici
D34	NU	TP8	Risolvere problemi	Individuare un numero a partire da una un testo che coinvolge aspetti logici e matematici

In questa guida sono state inserite alcune scansioni da protocolli originali che provengono dai fascicoli della prova nazionale (maggio 2023) oppure dai fascicoli del *pre-test* effettuato in fase di validazione delle domande. Tali scansioni hanno lo scopo di fornire esempi di strategie di ragionamento o di difficoltà e arricchire i commenti.

L'ordine delle domande presentate e quello delle opzioni di risposta nei quesiti a scelta multipla sono relativi al Fascicolo 1.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D1. Quale numero devi aggiungere a 8,44 per ottenere 9?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 1,66</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 1,56</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 0,66</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 0,56</p>		NUMERI					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		<p>TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.</p> <p>OBIETTIVO <i>Eeguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.</i></p>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Individuare il numero da aggiungere a un numero decimale per ottenere un dato numero intero					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
D		Item	Mancante	A	B	C	D
		D1	1,8%	7,8%	8,8%	16%	65,7%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di operare con i numeri decimali al fine di determinare il numero che, sommato a 8,44, permette di ottenere 9.</p> <p>Diverse strategie di ragionamento sono efficaci: ad esempio, assumere come numero di partenza 8,44 e procedere additivamente sino a raggiungere il numero intero 9 (strategia suggerita dal termine <i>aggiungere</i> presente nel testo), oppure risolvere la sottrazione 9–8,44.</p> <p>Difficoltà nel rispondere a questa domanda si legano alla gestione di una sottrazione che coinvolge un numero con due cifre decimali, implicando il passaggio sia da decimi a centesimi sia da unità a decimi (cioè due “cambi”).</p> <p>Le opzioni di risposta A, B e C intercettano tutte tali difficoltà.</p> <p>L'opzione A indica il numero ottenuto dalla sottrazione di 8,44 da 9, senza tenere in considerazione i cambi: 10–4, 10–4, 9–8 forniscono rispettivamente le tre cifre 6, 6 e 1.</p> <p>Le opzioni B e C intercettano invece entrambe un solo passaggio, la prima da decimi a centesimi, la seconda da unità a decimi.</p>							

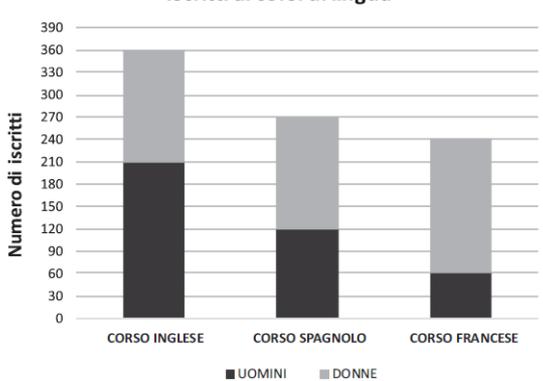
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D2. La griglia è formata da rettangoli congruenti. Disegna sulla griglia una retta parallela alla retta r.</p> 		SPAZIO E FIGURE			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		<p>TRAGUARDO Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.</p> <p>OBIETTIVO <i>Utilizzare e distinguere fra loro i concetti di perpendicolarità, parallelismo, orizzontalità, verticalità.</i></p>			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
<p>Disegno di una retta parallela alla retta data, a qualunque distanza da essa e di qualunque lunghezza</p> 		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D2	8%	20,2%	71,8%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di disegnare, su una griglia non monometrica, una retta parallela a una retta data presentata in posizione non standard (né orizzontale né verticale rispetto alla griglia). Strategie risolutive efficaci sfruttano la pendenza della retta con riferimento alla griglia, oppure la traslazione di due o più punti della retta di partenza, per ottenere quella desiderata. Una difficoltà, rilevata dai protocolli, risiede proprio nel mantenere il controllo sulla distanza tra la retta r data e la retta da tracciare, che deve rimanere costante. I protocolli sotto, a sinistra e al centro, esemplificano questa difficoltà, presentando rette non parallele a quella data.</p>					
					
<p>Altri protocolli presentano disegni con rette incidenti alla retta r, come l'esempio di destra, evidenziando difficoltà nella comprensione della richiesta.</p>					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D3. Osserva questa relazione.</p>  <p>Un  vale come:</p> <p>A. <input type="checkbox"/> </p> <p>B. <input type="checkbox"/> </p> <p>C. <input type="checkbox"/> </p> <p>D. <input type="checkbox"/> </p>		RELAZIONI E FUNZIONI					
		DIMENSIONE					
		Risolvere problemi					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO					
		<p>Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p>					
		OBIETTIVO					
		<p><i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i></p>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
		B		Item	Mancante	A	B
		D3	1,5%	14,2%	67,2%	13,8 %	3,2%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di trovare la relazione tra due simboli (uno triangolare e uno circolare, nel seguito indicati per semplicità con triangolo e cerchio): sono presentati due gruppi formati da tali simboli (uno a destra, uno a sinistra) messi in relazione dal testo <i>vale come</i>.</p> <p>Le opzioni di risposta presentano la corrispondenza di un cerchio con un certo numero di triangoli (da 1 a 4). Ciascuna può essere considerata immaginando di operare sostituzioni all'interno dei due gruppi dati sulla base della relazione scelta.</p> <p>Una strategia di ragionamento efficace è evidenziare una coppia cerchio-triangolo in ciascuno dei due gruppi: così facendo, nel gruppo di destra "rimane" un cerchio, mentre in quello di sinistra "rimangono" due triangoli; questa operazione mette in evidenza la relazione cercata.</p> <p>Gli esempi qui sotto mostrano altre strategie di ragionamento interessanti per la scelta dell'opzione di risposta corretta: a sinistra, a ogni simbolo è attribuito un valore numerico in modo che i due gruppi abbiano complessivamente lo stesso valore; a destra, è espressa la trasformazione del primo gruppo nel secondo gruppo ("<i>prima</i>"/"<i>dopo</i>"), con un nuovo cerchio corrispondente alla cancellazione di due triangoli.</p>							
							

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																				
D4. Se moltiplichi per 0,5 un numero compreso tra 20 e 30, il risultato sarà un numero compreso A. <input type="checkbox"/> tra 5 e 20 B. <input type="checkbox"/> tra 20,5 e 30,5 C. <input type="checkbox"/> tra 40 e 60 D. <input type="checkbox"/> tra 100 e 150		NUMERI																				
		DIMENSIONE																				
		Conoscere																				
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.																				
		TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice. OBIETTIVO Stimare il risultato di una operazione.																				
		SCOPO DELLA DOMANDA																				
		Stimare il risultato della moltiplicazione per 0,5 di un numero compreso in un dato intervallo																				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																				
A		Item	Mancante	A	B	C	D															
		D4	2,3%	40,6%	29,7%	11%	16,5%															
COMMENTI E OSSERVAZIONI																						
<p>La domanda richiede di stimare il risultato della moltiplicazione di un numero compreso in un dato intervallo per 0,5 (un numero decimale minore di 1).</p> <p>L'opzione di risposta B intercetta l'utilizzo di un'addizione anziché di una moltiplicazione. L'opzione di risposta C individua la misconcezione che moltiplicare per 0,5 equivalga a fare il doppio invece che la metà. Infine, l'opzione di risposta D cattura la moltiplicazione per 5 (non per 0,5).</p> <p>Tutte e tre queste opzioni sono attrattive anche per via di un'altra convinzione diffusa, secondo cui il risultato di una moltiplicazione è necessariamente un numero maggiore di ciascuno dei suoi fattori. Una strategia di ragionamento efficace per rispondere alla domanda consiste nel riconoscere dapprima che moltiplicare un numero per 0,5 equivale a calcolarne la metà, poi nel ricercare, tra le varie opzioni di risposta, quella che include 10 e 15 (le metà degli estremi dell'intervallo dato). Una difficoltà deriva dal fatto che nessuna delle opzioni esplicita questi due numeri e, dunque, è necessario cercare un intervallo che li contenga entrambi. Il protocollo seguente mostra proprio la strategia suddetta.</p>																						
<p style="text-align: center;">x</p> <p>Se <u>moltiplichi</u> per <u>0,5</u> un numero compreso tra <u>20</u> e <u>30</u>, numero compreso</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 30%;">A. <input checked="" type="checkbox"/> tra 5 e 20</td> <td style="width: 15%; text-align: center;">$\begin{array}{r} 20 \times \\ 0,5 = \\ \hline 100 + \\ 00 = \\ \hline 10,0 \end{array}$</td> <td style="width: 15%; text-align: center;">$\begin{array}{r} 30 \times \\ 0,5 = \\ \hline 150 + \\ 00 = \\ \hline 15,0 \end{array}$</td> <td style="width: 30%;"></td> </tr> <tr> <td>B. <input type="checkbox"/> tra 20,5 e 30,5</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>C. <input type="checkbox"/> tra 40 e 60</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>D. <input type="checkbox"/> tra 100 e 150</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>							A. <input checked="" type="checkbox"/> tra 5 e 20	$\begin{array}{r} 20 \times \\ 0,5 = \\ \hline 100 + \\ 00 = \\ \hline 10,0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 30 \times \\ 0,5 = \\ \hline 150 + \\ 00 = \\ \hline 15,0 \end{array}$		B. <input type="checkbox"/> tra 20,5 e 30,5				C. <input type="checkbox"/> tra 40 e 60				D. <input type="checkbox"/> tra 100 e 150			
A. <input checked="" type="checkbox"/> tra 5 e 20	$\begin{array}{r} 20 \times \\ 0,5 = \\ \hline 100 + \\ 00 = \\ \hline 10,0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 30 \times \\ 0,5 = \\ \hline 150 + \\ 00 = \\ \hline 15,0 \end{array}$																				
B. <input type="checkbox"/> tra 20,5 e 30,5																						
C. <input type="checkbox"/> tra 40 e 60																						
D. <input type="checkbox"/> tra 100 e 150																						
<p>È interessante notare che qui parole chiave (<i>moltiplichi</i>) e numeri (0,5, 20, 30) sono stati sottolineati, al fine di supportare la lettura e la comprensione di un testo che coinvolge aspetti logici e matematici. Altro modo di ragionare è quello di procedere utilizzando alcuni numeri compresi tra 20 e 30 come esempi, moltiplicandoli per 0,5 (come nel caso: $24 \times 0,5 = 12$), e successivamente cercare, tra gli intervalli forniti nelle opzioni, quello che contiene il risultato. I protocolli seguenti mettono in evidenza due ragionamenti di questo tipo.</p>																						

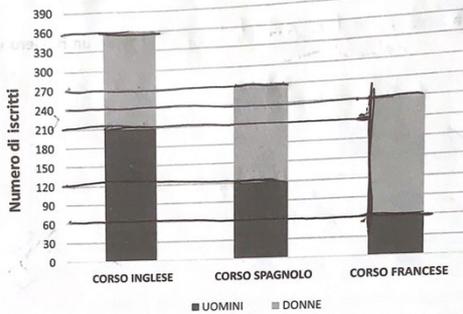
<input type="checkbox"/> tra 40 e 60 <input type="checkbox"/> tra 100 e 150 <input checked="" type="checkbox"/> tra 5 e 20 <input type="checkbox"/> tra 20,5 e 30,5	$\begin{array}{r} 1 \\ 22 \times \\ 0,5 = \\ \hline 110 + \\ 900 = \\ \hline 110 \end{array}$	<input checked="" type="checkbox"/> tra 100 e 150 <input type="checkbox"/> tra 40 e 60 <input type="checkbox"/> tra 20,5 e 30,5 <input type="checkbox"/> tra 5 e 20	$\begin{array}{r} 21 \times \\ 0,5 = \\ \hline 105 + \\ 000 = \\ \hline 105 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ 27 \times \\ 0,5 = \\ \hline 135 + \\ 000 = \\ \hline 135 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ 29 \times \\ 0,5 = \\ \hline 145 \end{array}$
--	---	--	--	---	--

A sinistra, il numero "22" è utilizzato come caso particolare e moltiplicato per 0,5: il risultato "11" stimola la scelta dell'intervallo corretto, *tra 5 e 20*. A destra, invece, "21", "27" e "29" sono gli esempi considerati, ma i risultati sono quelli di una moltiplicazione per 5 che induce a scegliere *tra 100 e 150*.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D5. Il seguente grafico rappresenta il numero degli iscritti ai corsi di inglese, spagnolo e francese organizzati da una scuola di lingue. I dati sono suddivisi tra uomini e donne.</p>  <p style="text-align: center;">Iscritti ai corsi di lingua</p> <p style="text-align: center;">Numero di iscritti</p> <p style="text-align: center;">CORSO INGLESE CORSO SPAGNOLO CORSO FRANCESE</p> <p style="text-align: center;">■ UOMINI ■ DONNE</p> <p>a. A quale corso è iscritto il maggior numero di donne? Risposta: al corso di</p> <p>b. Qual è la differenza tra il numero degli uomini e il numero delle donne iscritti al corso di inglese? Risposta: la differenza è iscritti</p> <p>c. Quanti sono in tutto gli uomini iscritti ai tre corsi? Risposta: uomini</p>		DATI E PREVISIONI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO			
		Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.			
		OBIETTIVO			
		<i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Ricavare informazioni da dati rappresentati con un grafico a barre			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
a. Francese b. 60 c. 390		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D5a	1,5%	18,1%	80,5%
		D5b	7,3%	58,9%	33,9%
		D5c	3%	22,6%	74,4%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di rispondere ad alcuni quesiti utilizzando le informazioni elaborate da dati relativi al numero di iscritti a diversi corsi di lingua e rappresentati con un grafico a barre che distingue anche il numero di uomini e di donne presenti in ciascun corso.</p> <p>In particolare, l'item (a) chiede di individuare a quale tra i corsi è iscritto il maggior numero di donne. Una difficoltà qui è proprio quella di avere rappresentate due variabili in relazione a ogni corso. Mentre il numero di uomini si individua direttamente dalla lettura, sull'asse verticale, del numero all'altezza delle barre nere (frequenza relativa a ciascun corso), il numero di donne deve essere ricavato come differenza tra il numero totale di iscritti al corso e il numero di uomini iscritti. Ragionare su questa variabile richiede dunque altri modi di procedere, poiché l'altezza raggiunta dalle barre grigie si riferisce al numero di tutti gli iscritti, uomini e donne (frequenza assoluta a ciascun corso).</p> <p>Non è inusuale che, alla luce di questa difficoltà, si focalizzi l'attenzione sull'altezza totale delle barre impilate o si ragioni sulla barra che indica il numero di uomini iscritti, veicolando la scelta della risposta "INGLESE", come nell'esempio seguente.</p> <p style="text-align: center;">a. A quale corso è iscritto il maggior numero di donne?</p> <p style="text-align: center;">Risposta: al corso di <u>INGLESE</u></p> <p>Strategie di ragionamento efficaci per rispondere "FRANCESE" includono il confronto dell'altezza delle barre grigie, che può avvenire con delle linee orizzontali tracciate sul grafico oppure delle etichette numeriche segnate a fianco di ciascuna barra interessata. I due protocolli sotto esemplificano tali strategie (rispettivamente, a sinistra e a destra).</p>					

Il seguente grafico rappresenta il numero degli iscritti ai corsi di lingua spagnolo e francese organizzati da una scuola di lingue tra uomini e donne.

Iscritti ai corsi di lingua



$$\begin{array}{r} 360 - \\ 210 = \\ \hline 150 \end{array}$$

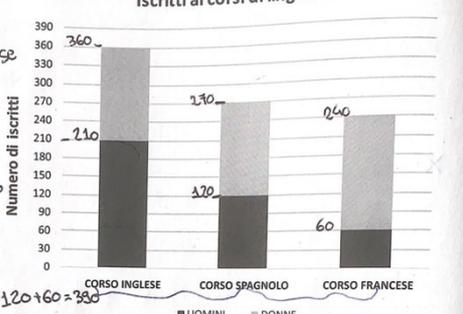
$$\begin{array}{r} 210 - \\ 150 = \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 + \\ 210 + \\ 60 = \\ \hline 390 \end{array}$$

a. A quale corso è iscritto il maggior numero di donne?
 Risposta: al corso di FRANCESE

D5. Il seguente grafico rappresenta il numero degli iscritti ai corsi di lingua spagnolo e francese organizzati da una scuola di lingue. I dati sono suddivisi tra uomini e donne.

Iscritti ai corsi di lingua



Corso inglese
 uomini = 210
 donne = 150
 $210 - 150 = 60$
 $360 - 210 = 150$
 corso spagnolo
 uomini = 120
 donne = 150
 $270 - 120 = 150$
 In il corso FRANCESE
 $210 + 120 + 60 = 390$
 DONNE =
 $240 - 60 =$
 $= 180$

a. A quale corso è iscritto il maggior numero di donne?
 Risposta: al corso di FRANCESE

L'item (b) chiede di trovare la differenza tra il numero degli uomini e quello delle donne iscritti al corso di inglese. In questo caso, una difficoltà interpretativa induce a considerare la differenza $360 - 210$ (tra il numero di iscritti totali al corso e il numero di uomini) fornendo risposta "150", come in questo esempio.

b. Qual è la differenza tra il numero degli uomini e il numero delle donne iscritti al corso di inglese?

Risposta: la differenza è 150..... iscritti

L'item (c) infine chiede di ragionare sul numero degli uomini iscritti a tutti i corsi. In questo caso, è sufficiente rilevare il numero di uomini iscritti a ciascun corso, rappresentato dall'altezza di ciascuna barra nera, e operarne la somma.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D6. Chiara ha 5 euro e vuole spenderli per comprare il maggior numero possibile di vasetti di yogurt uguali a quello che vedi in figura.</p>  <p>Qual è il numero massimo di vasetti che può comprare Chiara?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 4</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 5</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 6</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 7</p>		NUMERI					
		DIMENSIONE					
		Risolvere problemi					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		<p>TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p>OBIETTIVO <i>Eeguire la divisione con resto fra numeri naturali; individuare multipli e divisori di un numero.</i></p>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Risolvere una situazione problematica che coinvolge una divisione con resto					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
C		Item	Mancante	A	B	C	D
		D6	1,2%	24%	13,7%	53,6%	7,6%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda presenta una situazione problematica in cui è necessario determinare il numero massimo di prodotti dello stesso tipo (vasetti di yogurt) che possono essere comprati con una data somma di denaro. È quindi necessario individuare quante volte il prezzo unitario del prodotto (0,80 euro) è contenuto nella somma di denaro a disposizione (5 euro).</p> <p>L'opzione di risposta A indica il risultato della moltiplicazione $0,80 \times 5$, i numeri che compaiono nel testo e nell'immagine: essa rileva dunque la confusione tra le operazioni di moltiplicazione e di divisione (l'una inversa dell'altra) che emerge di frequente quando si tratta di associarle a un contesto specifico.</p> <p>L'opzione di risposta B individua il ragionamento che non prende in considerazione il vincolo assegnato di un <i>numero massimo di vasetti</i>, o semplicemente che affida la scelta al riconoscimento del 5, il solo numero già presente nel testo della domanda.</p> <p>L'opzione di risposta D intercetta l'applicazione della divisione $5:0,80$, che fornisce un risultato maggiore di 6 (6,25) inducendo alla scelta del numero 7. In questo caso, il resto della divisione nel contesto specifico è quindi interpretato erroneamente come la possibilità di acquistare "più di 6 vasetti".</p> <p>Difficoltà nella risoluzione si legano alla necessità di attribuire significato matematico all'espressione verbale <i>numero massimo</i> e alla presenza di una divisione con resto. Strategie di risoluzione efficaci si basano su: operare la divisione; utilizzare un procedimento additivo, sommando tante volte 0,80 fino ad approssimare il più possibile 5, senza superarlo; procedere per casi, ad esempio moltiplicando il prezzo unitario per le diverse opzioni di risposta fornite e verificare quale tra queste consente di avvicinarsi di più a 5, senza superarlo. Il protocollo seguente esemplifica questo ultimo tipo di strategia.</p>							

$0,80 \times 4 =$
 $\frac{3,20}{}$



$0,80 \times 5 =$
 $\frac{4,00}{}$

Qual è il numero massimo di vasetti che può comprare Chiara?

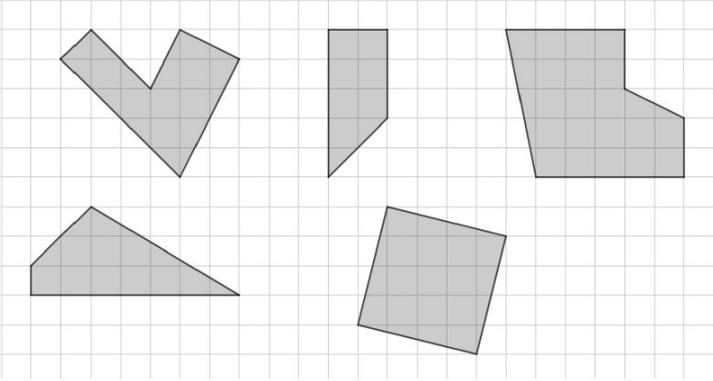
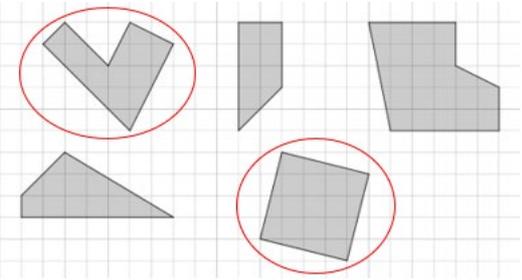
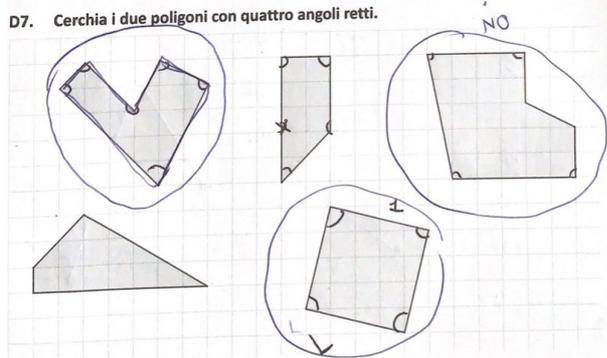
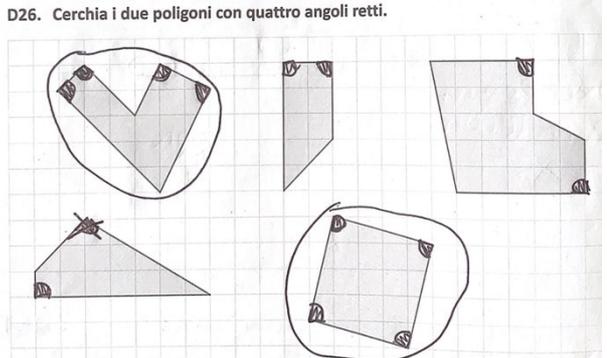
A. 4

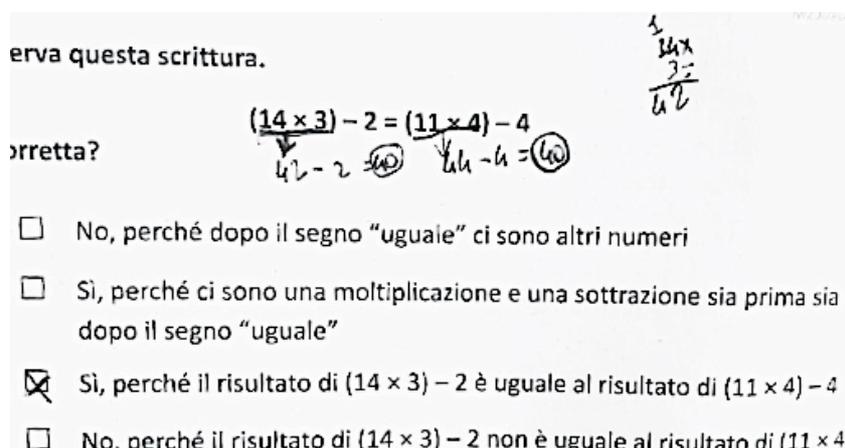
B. 5

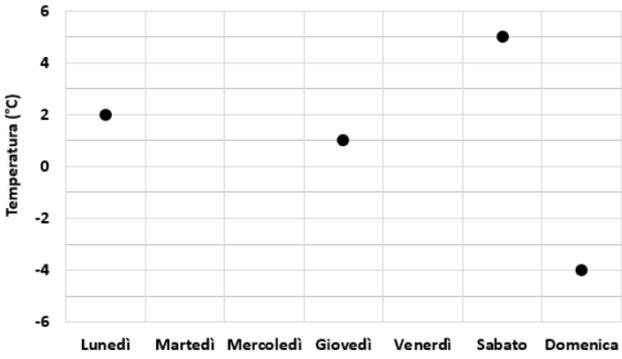
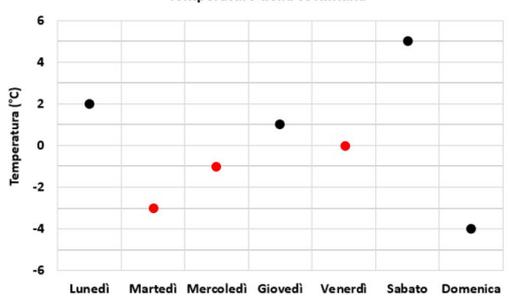
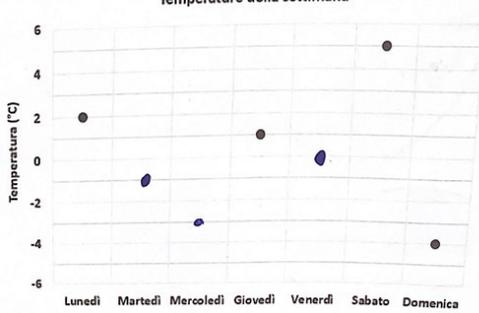
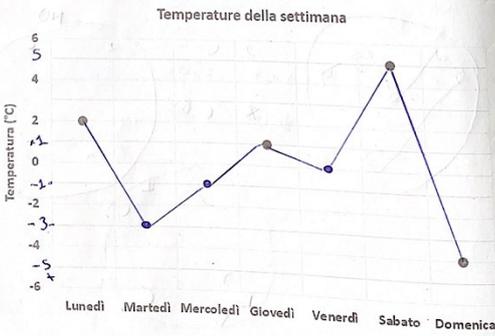
C. 6

D. 7

$0,80 \times$
 $\frac{6 =}{4,80}$

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D7. Cerchia i due poligoni con quattro angoli retti.</p> 		SPAZIO E FIGURE			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		TRAGUARDO			
		<p>Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.</p>			
		OBIETTIVO			
		<p>Confrontare e misurare angoli utilizzando proprietà e strumenti.</p>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		<p>Individuare poligoni con un dato numero di angoli retti</p>			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D7	3,7%	38,2%	58,1%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di individuare, tra poligoni dati, quelli che soddisfano il vincolo di essere <i>poligoni con 4 angoli retti</i>. È necessario che il testo iniziale sia compreso nella sua interezza: se si considerano infatti i <i>poligoni con 4 angoli</i> si è indotti a cerchiare tutti i quadrilateri.</p> <p>Un elemento di difficoltà qui è rappresentato dalle posizioni non standard degli angoli retti da rilevare nelle figure (i lati che individuano gli angoli retti non aderiscono tutti alla griglia).</p> <p>Una strategia di risoluzione emerge da alcuni protocolli, dove sono tracciati dei segni sulle figure date per individuare l'ampiezza degli angoli e riconoscere il vincolo assegnato, come negli esempi qui sotto.</p>					
<p>D7. Cerchia i due poligoni con quattro angoli retti.</p> 			<p>D26. Cerchia i due poligoni con quattro angoli retti.</p> 		

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D8. Osserva questa scrittura.</p> $(14 \times 3) - 2 = (11 \times 4) - 4$ <p>È corretta?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Sì, perché ci sono una moltiplicazione e una sottrazione sia prima sia dopo il segno "uguale"</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Sì, perché il risultato di $(14 \times 3) - 2$ è uguale al risultato di $(11 \times 4) - 4$</p> <p>C. <input type="checkbox"/> No, perché il risultato di $(14 \times 3) - 2$ non è uguale al risultato di (11×4)</p> <p>D. <input type="checkbox"/> No, perché dopo il segno "uguale" ci sono altri numeri</p>		NUMERI					
		DIMENSIONE					
		Argomentare					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		<p>TRAGUARDO Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.</p> <p>OBIETTIVO <i>Eeguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.</i></p>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Utilizzare il significato relazionale del segno uguale per argomentare					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
B		Item	Mancante	A	B	C	D
		D8	2,1%	8%	49,3%	23,4%	17,2%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di valutare la correttezza di una uguaglianza tra due espressioni numeriche, scegliendo l'argomentazione corretta tra quelle fornite. È necessario utilizzare il significato relazionale dell'uguale per desumere che l'espressione di sinistra e quella di destra forniscono lo stesso risultato (40), come mostra il protocollo che segue.</p>							
 <p>erva questa scrittura.</p> $(14 \times 3) - 2 = (11 \times 4) - 4$ <p>orretta?</p> <p><input type="checkbox"/> No, perché dopo il segno "uguale" ci sono altri numeri</p> <p><input type="checkbox"/> Sì, perché ci sono una moltiplicazione e una sottrazione sia prima sia dopo il segno "uguale"</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Sì, perché il risultato di $(14 \times 3) - 2$ è uguale al risultato di $(11 \times 4) - 4$</p> <p><input type="checkbox"/> No, perché il risultato di $(14 \times 3) - 2$ non è uguale al risultato di (11×4)</p>							
<p>L'opzione di risposta A intercetta l'attenzione alla somiglianza strutturale delle due espressioni (una moltiplicazione seguita da una sottrazione), ma non agli aspetti quantitativi.</p> <p>L'opzione di risposta C individua la difficoltà di mettere in relazione l'intera espressione a sinistra dell'uguale con l'intera espressione a destra, limitandosi invece a uguagliare la prima espressione alla parte iniziale (immediatamente successiva al segno "=") della seconda.</p> <p>L'opzione di risposta D non tiene in considerazione la relazione ma il fatto che i numeri che compaiono nell'uguaglianza sono diversi a sinistra e a destra dell'uguale.</p>							

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																			
<p>D9. La tabella indica le temperature registrate alle ore 8:00 in una settimana del mese di dicembre.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Giorno</th> <th>Lunedì</th> <th>Martedì</th> <th>Mercoledì</th> <th>Giovedì</th> <th>Venerdì</th> <th>Sabato</th> <th>Domenica</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Temperatura</td> <td>+2° C</td> <td>-3° C</td> <td>-1° C</td> <td>+1° C</td> <td>0° C</td> <td>+5° C</td> <td>-4° C</td> </tr> </tbody> </table> <p>Facendo riferimento alla tabella, completa il grafico con le temperature mancanti.</p> <p style="text-align: center;">Temperature della settimana</p> 		Giorno	Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica	Temperatura	+2° C	-3° C	-1° C	+1° C	0° C	+5° C	-4° C	<p>DATI E PREVISIONI</p> <p>DIMENSIONE</p> <p>Conoscere</p> <p>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</p> <p>TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i> <i>Interpretare i numeri interi negativi in contesti concreti.</i></p>			
Giorno	Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica														
Temperatura	+2° C	-3° C	-1° C	+1° C	0° C	+5° C	-4° C														
		<p>SCOPO DELLA DOMANDA</p> <p>Completare un grafico utilizzando dati rappresentati in una tabella</p>																			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																			
<p style="text-align: center;">Temperature della settimana</p> 		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Item</th> <th>Mancante</th> <th>Errata</th> <th>Corretta</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>D9</td> <td>5,5%</td> <td>16,5%</td> <td>78%</td> </tr> </tbody> </table>	Item	Mancante	Errata	Corretta	D9	5,5%	16,5%	78%											
Item	Mancante	Errata	Corretta																		
D9	5,5%	16,5%	78%																		
COMMENTI E OSSERVAZIONI																					
<p>La domanda richiede di utilizzare i dati delle temperature di una settimana di dicembre, rappresentati in una tabella, per completare il grafico corrispondente con le temperature mancanti.</p> <p>Difficoltà nella lettura e interpretazione del grafico dipendono dal fatto che sull'asse delle ordinate non sono riportati tutti i valori numerici in corrispondenza delle linee orizzontali della griglia, oppure dalla gestione dell'ordinamento dei numeri negativi.</p> <p>Ad esempio, il grafico sotto a sinistra mostra che i punti aggiunti per i giorni di martedì e di mercoledì sono tra loro scambiati: il punto relativo al martedì è segnato ad altezza -1 e quello relativo al mercoledì ad altezza -3.</p>																					
																					

Il grafico a destra invece mostra un approccio efficace alla richiesta di completamento, nel quale è mantenuto un controllo sulla scala fornita sull'asse verticale inserendo etichette numeriche alle dovute altezze. I punti indicati sul grafico sono inoltre collegati da tratti di linea retta come a voler controllare l'andamento della temperatura nell'arco della settimana.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE											
<p>D10. Durante un viaggio in Egitto, Livia vuole comprare un profumo al gelsomino. Due negozi diversi mostrano questi prezzi per lo stesso profumo.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>NEGOZIO A</th> <th>NEGOZIO B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Gelsomino</td> <td>Gelsomino</td> </tr> <tr> <td>50 euro</td> <td>760 sterline egiziane</td> </tr> </tbody> </table> <p>Un euro vale circa 19 sterline egiziane.</p> <p>In quale negozio il profumo costa meno?</p> <p>Rispondi e spiega perché confrontando i prezzi.</p> <p>Il profumo Gelsomino costa meno nel negozio perché</p> <p>.....</p> <p>.....</p>		NEGOZIO A	NEGOZIO B			Gelsomino	Gelsomino	50 euro	760 sterline egiziane	RELAZIONI E FUNZIONI			
		NEGOZIO A	NEGOZIO B										
													
		Gelsomino	Gelsomino										
		50 euro	760 sterline egiziane										
DIMENSIONE													
Argomentare													
RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.													
<p>TRAGUARDO Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.</p> <p>OBIETTIVO <i>Passare da un'unità di misura a un'altra, limitatamente alle unità di uso più comune, anche nel contesto del sistema monetario.</i></p>													
		SCOPO DELLA DOMANDA											
		Argomentare per confrontare due prezzi mediante il tasso di cambio											
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE											
<p>La risposta è ritenuta corretta e completa se sono corrette sia la scelta del negozio (B) sia l'argomentazione che utilizza un confronto tra i prezzi mediante una conversione.</p> <p>Esempi di risposte corrette:</p> <ul style="list-style-type: none"> Il profumo Gelsomino costa meno nel negozio B perché se calcolo il prezzo del profumo nel negozio A ottengo $50 \times 19 = 950$ sterline egiziane che è maggiore di 760 sterline egiziane. Il profumo Gelsomino costa meno nel negozio B perché se faccio $760:19$ ottengo 40 che è il prezzo in euro del profumo nel negozio B e 40 è minore di 50 euro. Il profumo Gelsomino costa meno nel negozio B perché si risparmiano 190 sterline egiziane rispetto al negozio A. Il profumo Gelsomino costa meno nel negozio B perché in quel negozio pagheresti 40 euro e quindi risparmiesti 10 euro. Il profumo Gelsomino costa meno nel negozio B perché $50 \times 19 = 950$ e $760 < 950$. 		Item	Mancante	Errata	Corretta								
		D10	9%	47,3%	43,7%								
COMMENTI E OSSERVAZIONI													
<p>La domanda richiede di confrontare i prezzi di uno stesso prodotto operati da due diversi negozi, che utilizzano valute diverse, per scegliere tra questi il più conveniente.</p> <p>Difficoltà che emergono dai protocolli si legano a eventuali sviste nei calcoli o ad argomentazioni non accettabili.</p> <p>Ad esempio, una volta scelto il negozio B, spiegazioni del tipo "perché costa meno" oppure simili a quelle presenti nei protocolli sotto non sono accettabili come argomentazioni, perché non sono sostenute da ragionamenti o procedimenti che si riferiscano a un confronto tra i prezzi.</p>													

Rispondi e spiega perché confrontando i prezzi.

Il profumo Gelsomino costa meno nel negozio B perché SE

SI CONFRONTANO I VALORI CON UNA EQUIVALENZA
SI CAPISCE CHE COSTA MENO IL NEGOZIO B

Rispondi e spiega perché confrontando i prezzi.

Il profumo Gelsomino costa meno nel negozio B perché SE

LI COSTA 760 STERLINE EGIZIANE IL NEGOZIO
A COSTA DI PIU'

Rispondi e spiega perché confrontando i prezzi.

Il profumo Gelsomino costa meno nel negozio A perché 50

euro sono meno di 760 sterline egiziane
perché se una sterlina corrisponde a 19 euro
è Troppo.

I protocolli che seguono mostrano invece due argomentazioni corrette.

Nel primo protocollo è utilizzata una strategia di tipo moltiplicativo: la relazione data, 1 euro = 19 sterline, è infatti utilizzata, per calcolare il prezzo in sterline del profumo venduto nel negozio A ($50 \times 19 = 950$ sterline; "per vedere quante sterline sono 50 euro") e poi operare il confronto dei prezzi (espressi in sterline) dei due negozi.

M230501000

D6. Durante un viaggio in Egitto, Livia vuole comprare un profumo al gelsomino. Due negozi diversi mostrano questi prezzi per lo stesso profumo.

	NEGOZIO A	NEGOZIO B
		
	Gelsomino	Gelsomino
	50 euro	760 sterline egiziane

Handwritten calculations on the left:

$$\begin{array}{r} 19 \times \\ 50 = \\ \hline 00 + \\ 950 = \\ \hline (950) > 760 \\ 50 \text{ euro} > 760 \text{ sterline} \end{array}$$

Un euro vale circa 19 sterline egiziane.

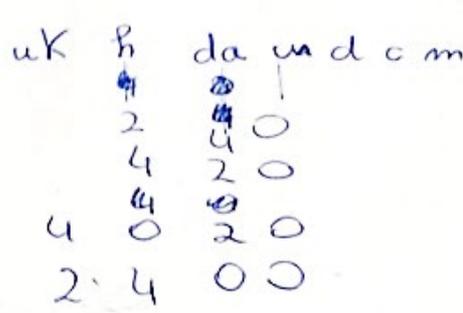
In quale negozio il profumo costa meno?

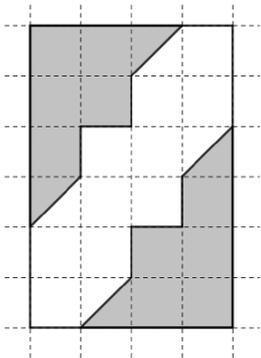
Rispondi e spiega perché confrontando i prezzi.

Il profumo Gelsomino costa meno nel negozio B perché se 1

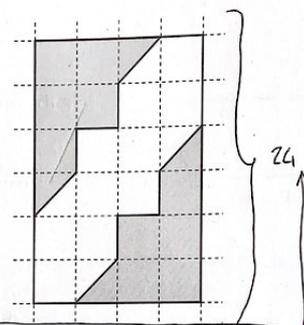
euro vale 19 sterline per vedere quante sterline
sono 50 euro ho fatto $19 \times 50 = 950$ sterline
che equivalgono a 50 euro sono maggiori rispetto
a 760 sterline. Quindi il negozio B è il più
conveniente.

Il secondo protocollo mostra come la strategia inversa è stata utilizzata per argomentare: la relazione data, 19 sterline = 1 euro è qui utilizzata, a partire dal prezzo del profumo in sterline nel negozio B, per calcolare il corrispondente prezzo in euro ($760 : 19 = 40$ euro; "ho diviso 760 per 19 e, 760 sterline equivale a 40 euro"), prima di confrontare i prezzi in euro dei due negozi.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D11. Quale numero ottieni se addizioni 40 decine e 20 centinaia?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 420</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 4020</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 240</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 2400</p>		NUMERI					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		<p>TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.</p> <p>OBIETTIVO <i>Eeguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.</i></p>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Utilizzare la notazione posizionale per individuare il numero che corrisponde al risultato di una somma					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
D		Item	Mancante	A	B	C	D
		D11	1,6%	7,5%	10,3%	33,1%	47,6%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di utilizzare la notazione posizionale per identificare i due addendi di una somma e ricavarne il risultato in cifre.</p> <p>Per rispondere alla domanda è necessario trasformare <i>40 decine</i> in 400 (40×10) e <i>20 centinaia</i> in 2000 (20×100), quindi sommare i numeri 400 e 2000 per ottenere 2400.</p> <p>L'opzione di risposta A rileva l'associazione delle 40 decine al 400 e la successiva somma $400+20$: il numero 20 è dunque associato alle unità anziché alle centinaia.</p> <p>L'opzione di risposta B rileva la scrittura in cifre del numero che si ottiene giustapponendo i due numeri espressi in cifre nel testo, in sequenza (<i>40</i> e <i>20</i> diventano il numero di quattro cifre <i>4020</i>).</p> <p>L'opzione di risposta C individua la difficoltà di comprendere il valore posizionale dello 0 nelle scritture <i>40 decine</i> e <i>20 centinaia</i>, limitandosi a considerare l'addizione di 4 decine e 2 centinaia.</p> <p>Una strategia di ragionamento efficace per rispondere alla domanda, che si evince dai protocolli, è presentata qui sotto: ogni numero fornito dalle opzioni di risposta è riscritto secondo il valore posizionale delle sue cifre per individuare la corrispondenza con la scrittura <i>40 decine</i> e <i>20 centinaia</i>.</p>							
							

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D12. Osserva l'immagine.</p>  <p>A quale frazione del rettangolo corrisponde tutta la parte colorata in grigio?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}$</p> <p>B. <input type="checkbox"/> $\frac{2}{6}$</p> <p>C. <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$</p> <p>D. <input type="checkbox"/> $\frac{2}{3}$</p>		NUMERI					
		DIMENSIONE					
		Risolvere problemi					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO					
		Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)					
		OBIETTIVO					
		<i>Operare con le frazioni e riconoscere frazioni equivalenti.</i>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Individuare la frazione corrispondente a una data porzione di un rettangolo					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
C		Item	Mancante	A	B	C	D
		D12	1,8%	7%	25%	34,4%	31,9%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di individuare a quale frazione corrisponde la porzione colorata di un rettangolo posto su una griglia quadrettata. La porzione colorata del rettangolo è composta da due parti distinte ma che hanno la stessa forma e dimensione.</p> <p>Per rispondere alla domanda nel modo atteso, è necessario considerare insieme le due parti colorate, sfruttando o meno la loro forma, e mettere a confronto la superficie che individuano con quella del rettangolo.</p> <p>L'opzione di risposta A individua la difficoltà di prendere in considerazione tutte e due le parti grigie limitandosi a una di esse e dunque considerando il rapporto tra 6 e 24. Le opzioni di risposta B e D, invece, sono costruite sulla base di misconcezioni note sulle frazioni. In particolare, la prima si basa sul fatto di discernere che ciascuna delle due parti colorate è composta da 6 quadretti e poi scegliere la frazione in cui 2 è rapportato a 6. La seconda invece si basa sul fatto di tenere in considerazione che le parti colorate nell'immagine sono due su tre e poi scegliere la frazione in cui 2 è rapportato a 3.</p> <p>Strategie di ragionamento efficaci utilizzano il conteggio dei quadretti e dei "mezzi" quadretti individuati sulla griglia. Questo approccio permette di ottenere il rispettivo numero di quadretti di cui sono composti il rettangolo (24) e le due parti colorate (6 e 6), per poi confrontare l'intera porzione colorata e il rettangolo attraverso i numeri ottenuti (il rapporto tra 12 e 24). I protocolli che seguono esemplificano ragionamenti di questo tipo.</p>							

$COLORATI = 12$
 È LA META' DI
 24



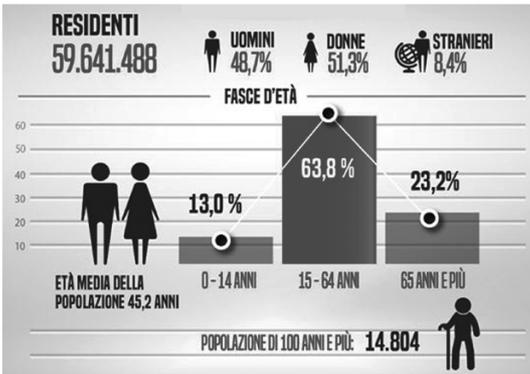
24 Q

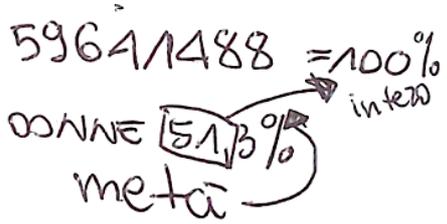
$BIANCHI = 12$
 $12 : 2 = 6$
 GRIGIO → GRIGIO

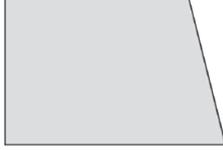
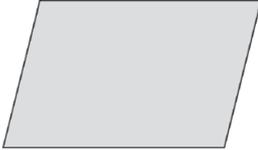
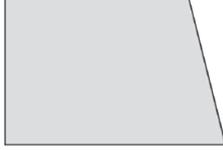
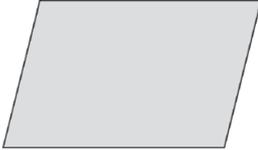
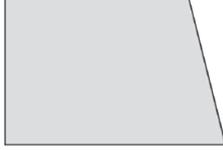
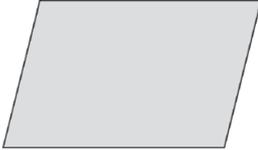
1	2	6	10
3	4	8	9
5	6	7	6
6	4	5	5
1	3	4	2
2	6	3	1

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D13. Osserva queste uguaglianze.</p> $\triangle : 4 = 100$ $\triangle + \hexagon = 450$ <p>Quale numero devi mettere al posto dell'esagono perché le uguaglianze siano vere?</p> <p>Risposta: $\hexagon = \dots\dots\dots$</p>		RELAZIONI E FUNZIONI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		<p>TRAGUARDO Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)</p> <p>OBIETTIVO <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i></p>			
RISPOSTA CORRETTA		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Individuare il valore delle incognite che soddisfano due date uguaglianze			
50		RISULTATI CAMPIONE			
		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D13	6,7%	25,5%	67,7%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di tenere in considerazione due uguaglianze che contengono numeri e simboli. Nella prima uguaglianza compare solamente un simbolo triangolare, rendendo possibile ricavarne il valore; questo può poi essere utilizzato nella seconda uguaglianza per ricavare anche il valore dell'esagono.</p> <p>Le strategie di ragionamento che conducono alla risposta corretta si basano su questi due passaggi, in questo ordine, come mostrano entrambi i protocolli che seguono.</p>					
<p>Osserva queste uguaglianze.</p> $\triangle : 4 = 100$ $\triangle + \hexagon = 450$ <p>Quale numero devi mettere al posto dell'esagono perché le uguaglianze siano vere?</p> <p>Risposta: $\hexagon = \underline{50}$</p>			<p>Osserva queste uguaglianze.</p> $400 \triangle : 4 = 100 \quad 100 \times 4 = 400$ $400 \triangle + \hexagon = 450 \quad 450 - 400 = \underline{50}$ <p>Quale numero devi mettere al posto dell'esagono perché le uguaglianze siano vere?</p> <p>Risposta: $\hexagon = \underline{50}$</p>		
<p>In particolare, nel protocollo a destra il processo risolutivo sfrutta esplicitamente le due operazioni inverse di quelle fornite (una moltiplicazione e una sottrazione).</p>					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D14. La Torre degli Asinelli a Bologna è alta 97,20 metri e ha una scalinata interna di 498 gradini. Lavinia ha già percorso $\frac{1}{3}$ della scalinata.</p> <p>Quanti gradini ha salito Lavinia?</p> <p>Risposta: gradini</p>		NUMERI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		<p>TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p>OBIETTIVO <i>Operare con le frazioni e riconoscere frazioni equivalenti.</i></p>			
RISPOSTA CORRETTA		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Individuare la frazione di un numero per risolvere una situazione problematica			
166		RISULTATI CAMPIONE			
		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D14	9,9%	36,1%	54%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda presenta una situazione problematica in cui si chiede di trovare la frazione di un numero dato. Il fatto che il testo presenti un'informazione numerica superflua rende necessaria per la risoluzione la scelta dei soli dati rilevanti. A questo punto, la divisione del numero di gradini (498) per 3 permette di ottenere i gradini già saliti.</p> <p>L'utilizzo del dato superfluo può indurre alla divisione di 97,20 (altezza della torre in metri) per 3, che fornisce la risposta non attesa "32,40".</p> <p>Un'altra difficoltà, rilevata dai protocolli, si lega all'interpretazione dell'espressione verbale <i>già percorso</i> come indicativa di una differenza, che è poi operata tra il numero di gradini totali (498) e una approssimazione alla prima cifra decimale della frazione $\frac{1}{3}$ (0,3), fornendo una diversa risposta non attesa: "497,7" (mostrata nell'esempio qui sotto).</p> <p style="text-align: center;">Quanti gradini ha salito Lavinia?</p> <p style="text-align: center;">Risposta: 497,7 gradini</p>					

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE																				
<p>D15. L'immagine mostra i dati sulla popolazione residente in Italia nel 2019.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Fonte: https://www.ideegreen.it/popolazione-istruzione-stranieri-i-nuovi-dati-del-censimento-istat-138870.html</p> <p>a. Sulla base dei dati riportati nell'immagine, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2"></th> <th style="text-align: center;">V</th> <th style="text-align: center;">F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1.</td> <td>Nell'immagine è indicata la percentuale di donne straniere</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2.</td> <td>La percentuale delle persone con almeno 65 anni è il doppio della percentuale delle persone di età compresa tra 0 e 14 anni</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3.</td> <td>Le persone che hanno più di 100 anni sono meno di 15 000</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">4.</td> <td>L'età media della popolazione è 63,8 anni</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>			V	F	1.	Nell'immagine è indicata la percentuale di donne straniere	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2.	La percentuale delle persone con almeno 65 anni è il doppio della percentuale delle persone di età compresa tra 0 e 14 anni	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3.	Le persone che hanno più di 100 anni sono meno di 15 000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	4.	L'età media della popolazione è 63,8 anni	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<p>DATI E PREVISIONI</p> <p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;">DIMENSIONE</p> <p>Risolvere problemi</p> <p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;">RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</p> <p>TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i></p> <p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;">SCOPO DELLA DOMANDA</p> <p>Ricavare informazioni da dati rappresentati in una infografica</p>
		V	F																		
1.	Nell'immagine è indicata la percentuale di donne straniere	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																		
2.	La percentuale delle persone con almeno 65 anni è il doppio della percentuale delle persone di età compresa tra 0 e 14 anni	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																		
3.	Le persone che hanno più di 100 anni sono meno di 15 000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																		
4.	L'età media della popolazione è 63,8 anni	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																		
RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE																				
F; F; V; F	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;">Item</th> <th style="width: 20%;">Mancante</th> <th style="width: 20%;">Errata</th> <th style="width: 45%;">Corretta</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">D15a</td> <td style="text-align: center;">2,7%</td> <td style="text-align: center;">60,1%</td> <td style="text-align: center;">37,2%</td> </tr> </tbody> </table>	Item	Mancante	Errata	Corretta	D15a	2,7%	60,1%	37,2%												
Item	Mancante	Errata	Corretta																		
D15a	2,7%	60,1%	37,2%																		
COMMENTI E OSSERVAZIONI																					
<p>La domanda richiede di interpretare diversi tipi di dati, numerici e grafici, presentati con un'infografica riguardante la <i>popolazione residente in Italia nel 2019</i>.</p> <p>L'item (a) nello specifico richiede di leggere e interpretare i dati nell'infografica per stabilire la verità o la falsità di quattro affermazioni. In particolare, la prima affermazione richiede di determinare se una percentuale (<i>donne straniere</i>) è presente nell'immagine; la seconda, di mettere in relazione le percentuali di due fasce di età; la terza, di individuare il numero di persone di una determinata fascia di età; la quarta, di ricavare il dato relativo all'<i>età media</i> della popolazione.</p> <p>Per rispondere, non è sufficiente operare una lettura per parole chiave né semplicemente ricercare i valori numerici nell'infografica senza interpretare a quali caratteri dell'indagine fanno riferimento. Elementi di difficoltà riguardano soprattutto il confronto tra le percentuali e la stima.</p>																					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>b. Quante sono all'incirca le donne residenti in Italia nel 2019?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Circa 14 milioni</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Circa 30 milioni</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Circa 51 milioni</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Circa 60 milioni</p>		DATI E PREVISIONI					
		DIMENSIONE					
		Risolvere problemi					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		<p>TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i></p>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Stimare il valore di una percentuale da dati rappresentati in una infografica					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
B		Item	Mancante	A	B	C	D
		D15b	3,8%	7,7%	35,2%	41,4%	11,9%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>L'item (b) della domanda D15 richiede di stimare il valore di una percentuale a partire dalle informazioni fornite nell'infografica.</p> <p>Per rispondere è necessario associare l'informazione richiesta dalla domanda (<i>le donne residenti</i>) a quella corrispondente fornita nell'infografica con una percentuale, da valutare rispetto al numero di tutti i residenti: uomini, donne, stranieri.</p> <p>Le opzioni di risposta A e D indicano stime di valori numerici che sono presenti nell'infografica ma si riferiscono a informazioni diverse da quella richiesta, in particolare: la stima della <i>POPOLAZIONE DI 100 ANNI E PIÙ</i> e la stima del numero dei <i>RESIDENTI</i>. L'opzione C invece presenta una stima (<i>circa 51 milioni</i>) per "assonanza" con il valore della percentuale delle <i>DONNE (51,3%)</i> fornito nell'infografica.</p> <p>Il protocollo che segue mostra un approccio efficace alla domanda, con la raccolta delle informazioni necessarie dall'infografica, confrontate secondo la relazione doppio-metà.</p>							
 <p>59641488 = 100% in 1000</p> <p>DONNE 51,3% meta</p>							

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE									
<p>D16. Ludovica ha preso un tubo di cartone e ha fatto un taglio con le forbici in questo modo:</p>  <p>Ludovica apre il tubo di cartone. Quale figura ottiene?</p> <table border="1"> <tr> <td>A. <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td>C. <input type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> <tr> <td>B. <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td>D. <input type="checkbox"/></td> <td></td> </tr> </table>		A. <input type="checkbox"/>		C. <input type="checkbox"/>		B. <input type="checkbox"/>		D. <input type="checkbox"/>		<p>SPAZIO E FIGURE</p> <p>DIMENSIONE</p> <p>Conoscere</p> <p>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</p> <p>TRAGUARDO Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.</p> <p>OBIETTIVO <i>Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.</i></p> <p>SCOPO DELLA DOMANDA Individuare la rappresentazione piana di un oggetto cilindrico dopo che è stato operato un taglio indicato sull'oggetto</p>	
A. <input type="checkbox"/>		C. <input type="checkbox"/>									
B. <input type="checkbox"/>		D. <input type="checkbox"/>									

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE					
	D	Item	Mancante	A	B	C
	D16	0,8%	9,2%	12,5%	8,2%	69,3%

COMMENTI E OSSERVAZIONI

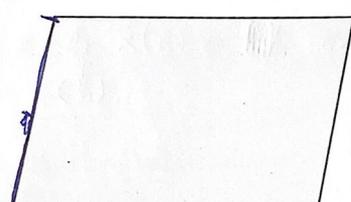
La domanda richiede di immaginare di operare *un taglio* su un oggetto cilindrico (*un tubo di cartone*) lungo la linea indicata in figura e di individuare la corrispondente rappresentazione bidimensionale dell'oggetto che risulta dall'aver effettuato quello specifico taglio.

Le opzioni di risposta A, B e C catturano tre rappresentazioni bidimensionali plausibili.

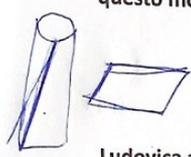
La prima opzione fornisce un rettangolo, ottenibile con un taglio operato lungo una direzione ortogonale alla base del tubo. La seconda e la terza opzione, invece, richiamano la linea obliqua del taglio attraverso la presenza di uno o due lati obliqui nella rappresentazione bidimensionale: esse presentano infatti, rispettivamente, un trapezio rettangolo e un trapezio isoscele.

Strategie efficaci per la scelta del parallelogramma consistono nella ricerca di una corrispondenza tra la linea di taglio sul tubo e i lati delle figure presentate nelle opzioni di risposta.

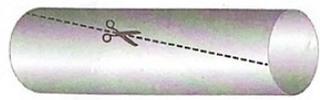
È il caso dei due protocolli qui sotto. In particolare, a sinistra è evidenziato il lato del poligono lungo il quale è stato operato il taglio. A destra, invece, il tubo è disegnato con la base posta in orizzontale. La linea di taglio è indicata su di esso e, a fianco, c'è un disegno del tubo aperto, una volta immaginato il taglio, che mostra il parallelogramma proprio come compare nelle opzioni di risposta.

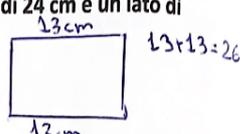


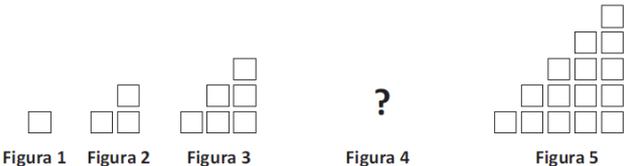
D16. Ludovica ha preso un tubo di cartone e ha fatto un taglio con le forbici in questo modo:



Ludovica apre il tubo di cartone.



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D17. Sara vuole disegnare un rettangolo con il perimetro di 24 cm e un lato di 13 cm. Sara non può disegnare questo rettangolo. Perché?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Perché 13 è un numero dispari mentre il perimetro corrisponde a un numero pari</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Perché $24 - 13 = 11$ e il numero 11 non è divisibile per 2</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Perché la somma delle misure di due lati è 26 cm e 26 è maggiore di 24</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Perché il perimetro è 24 cm e il numero 24 non è multiplo del numero 13</p>		<p>SPAZIO E FIGURE</p>					
		<p>DIMENSIONE</p>					
		<p>Argomentare</p>					
		<p>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</p>					
		<p>TRAGUARDO Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.</p> <p>OBIETTIVO <i>Determinare il perimetro di una figura utilizzando le più comuni formule o altri procedimenti.</i></p>					
		<p>SCOPO DELLA DOMANDA</p> <p>Individuare l'argomentazione che spiega l'impossibilità di costruire un rettangolo con date caratteristiche</p>					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
<p>C</p>		Item	Mancante	A	B	C	D
		D17	3,7%	14,4%	19,2%	43,5%	19,2%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di individuare l'argomentazione che permette di spiegare perché non è possibile realizzare una figura geometrica con date caratteristiche. La figura geometrica è <i>un rettangolo</i> e sono fornite la lunghezza del <i>perimetro (24 cm)</i> e di una sua dimensione (<i>13 cm</i>).</p> <p>Le opzioni di risposta A, B e D utilizzano tutte affermazioni vere, che riguardano le proprietà dei numeri naturali, rispettivamente: 13 è dispari e 24 pari, 11 non è multiplo di 2, 24 non è multiplo di 13.</p> <p>Una strategia di ragionamento efficace, rilevata dai protocolli, si basa sul disegno di un rettangolo e sull'associazione della misura "13 cm" a due lati opposti del rettangolo. Il calcolo "$13+13 = 26$" (cm), a questo punto, permette di accorgersi che la somma di due soli lati risulta maggiore del perimetro dato, rafforzando la scelta dell'argomentazione corretta. Il protocollo che segue esemplifica tale strategia.</p>							
<p>Sara vuole disegnare un rettangolo con il perimetro di 24 cm e un lato di 13 cm. Sara non può disegnare questo rettangolo. Perché?</p>  <p>A. <input type="checkbox"/> Perché 13 è un numero dispari mentre il perimetro corrisponde a un numero pari</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Perché $24 - 13 = 11$ e il numero 11 non è divisibile per 2</p> <p>C. <input checked="" type="checkbox"/> Perché la somma delle misure di due lati è 26 cm e 26 è maggiore di 24</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Perché il perimetro è 24 cm e il numero 24 non è multiplo del numero 13</p>							

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE		
<p>D18. Osserva attentamente questa sequenza di cinque figure. La figura 4 non è stata disegnata.</p>  <p>Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5</p> <p>La regola per passare da una figura alla successiva è sempre la stessa.</p> <p>Quanti sono i quadratini della Figura 4?</p> <p>Risposta: quadratini</p>		RELAZIONI E FUNZIONI		
		DIMENSIONE		
		Conoscere		
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.		
		TRAGUARDO		
		Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.		
		OBIETTIVO		
		Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure.		
		SCOPO DELLA DOMANDA		
		Individuare il numero di elementi che compongono una figura in una data sequenza di figure		
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE		
10		Item	Mancante	Errata
		D18	2,2%	33,6%
				Corretta
				64,2%

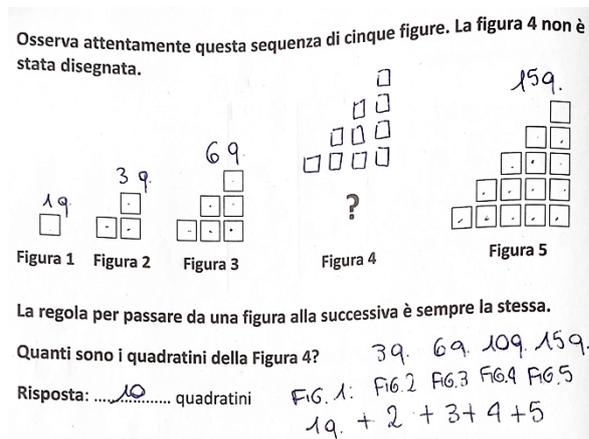
COMMENTI E OSSERVAZIONI

La domanda richiede di individuare la regolarità in una *sequenza di cinque figure* per determinare il numero di elementi (*quadratini*) di cui è composta una figura della sequenza.

Per ricavare tale regolarità, è necessario mettere in relazione due figure successive della sequenza. Ad esempio, per ottenere la *Figura 2* è necessario aggiungere 2 quadratini alla *Figura 1*, per ottenere la *Figura 3* è necessario aggiungere 3 quadratini alla *Figura 2*, e così via. In modo analogo, si può rilevare che, nella sequenza, una figura contiene la figura che la precede.

Strategie di ragionamento che conducono alla soluzione corretta prevedono il conteggio dei quadratini che compongono le varie figure e il disegno della figura mancante sulla base delle relazioni evidenziate dal conteggio, come mostrano i protocolli che seguono.

Osserva attentamente questa sequenza di cinque figure. La figura 4 non è stata disegnata.



La regola per passare da una figura alla successiva è sempre la stessa.

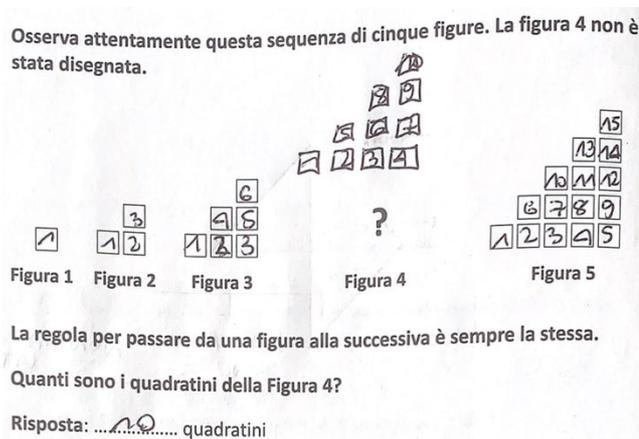
Quanti sono i quadratini della Figura 4? 3q. 6q. 10q. 15q.

Risposta: 10 quadratini

FIG. 1: 1q. FIG. 2: 3q. FIG. 3: 6q. FIG. 4: 10q. FIG. 5: 15q.

1q. + 2 + 3 + 4 + 5

Osserva attentamente questa sequenza di cinque figure. La figura 4 non è stata disegnata.



La regola per passare da una figura alla successiva è sempre la stessa.

Quanti sono i quadratini della Figura 4?

Risposta: 10 quadratini

Più inusuale la presenza di strategie che si appoggiano al riconoscere che la *Figura 4* è contenuta nella *Figura 5*, come nel caso qui sotto.

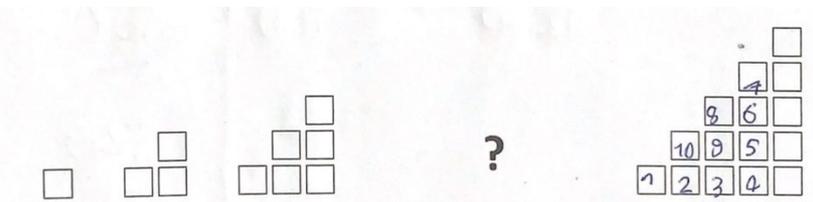


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5

La regola per passare da una figura alla successiva è sempre la stessa.

Quanti sono i quadratini della Figura 4?

Risposta:10..... quadratini

Una difficoltà rilevata nei protocolli è legata alla mancanza di controllo sul numero dei quadratini da utilizzare per la *Figura 4* a partire dalla *Figura 3* (un esempio è mostrato nel protocollo qui sotto).

Osserva attentamente questa sequenza di cinque figure. La figura 4 non è stata disegnata.

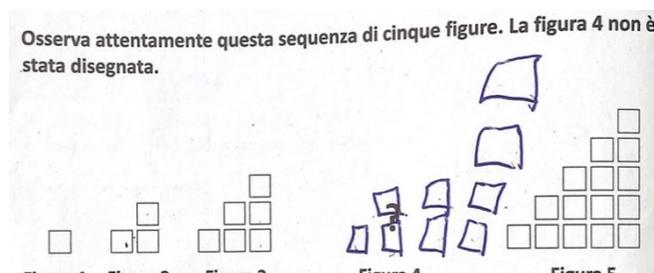


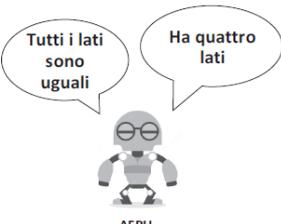
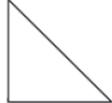
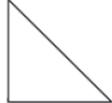
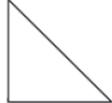
Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5

La regola per passare da una figura alla successiva è sempre la stessa.

Quanti sono i quadratini della Figura 4?

Risposta:9..... quadratini

Un'altra difficoltà si evince dalla risposta errata "12 quadratini", che si focalizza su una regolarità solo locale: 6 (i quadratini della *Figura 3*) è il doppio di 3 (i quadratini della *Figura 2*). Analogamente, 12 per la *Figura 4* è ottenuto come doppio di 6, il numero di quadratini che compongono la *Figura 3*.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE													
<p>D19. In un videogioco il robot AVAC dice sempre il vero e il robot AFRU dice sempre il falso.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>AVAC Dice sempre il vero</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>AFRU Dice sempre il falso</p> </div> </div> <p>AVAC e AFRU osservano una stessa figura geometrica e dicono:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>AVAC</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>AFRU</p> </div> </div> <p>Qual è la figura osservata dai robot?</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>A. <input type="checkbox"/></td> <td>B. <input type="checkbox"/></td> <td>C. <input type="checkbox"/></td> <td>D. <input type="checkbox"/></td> </tr> </table>						A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>	<p>SPAZIO E FIGURE</p> <p>DIMENSIONE</p> <p>Argomentare</p> <p>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</p> <p>TRAGUARDO Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farle riprodurre da altri.</i></p> <p>SCOPO DELLA DOMANDA Individuare un poligono a partire dalla verità o falsità di affermazioni relative a proprietà geometriche</p>					
															
A. <input type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>												
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE													
C		Item	Mancante	A	B	C	D								
		D19	2,4%	39,8%	5,3%	45,7%	6,9%								
COMMENTI E OSSERVAZIONI															
<p>La domanda richiede di individuare la figura geometrica che rispetta i vincoli presentati mediante quattro affermazioni relative a proprietà geometriche della figura. Due affermazioni sono fornite dal robot AVAC che <i>dice sempre il vero</i>, le altre due dal robot AFRU che <i>dice sempre il falso</i>: quindi, due proprietà sono vere, e soddisfatte dalla figura da individuare, mentre due sono false ed è necessario che la figura non le soddisfi.</p> <p>Le opzioni di risposta A, B e D considerano poligoni che non rispettano uno o più vincoli. Nello specifico: il quadrato, che soddisfa tutte le proprietà espresse dalle quattro affermazioni, senza considerare il valore di verità delle affermazioni; il triangolo, che non soddisfa una delle due proprietà affermate dal robot che dice il vero (<i>Non ha tre lati</i>); l'esagono, che soddisfa una delle proprietà affermate dal robot che dice il falso (<i>Ha quattro lati</i>).</p> <p>Una strategia di ragionamento efficace, rilevata dai protocolli, consiste nel mettere in relazione le diverse affermazioni con l'informazione <i>Dice sempre il vero</i> oppure <i>Dice sempre il falso</i>, in modo da controllare il loro valore di verità.</p> <p>Il protocollo sotto (a sinistra) mostra un esempio di tale strategia e alcuni segni aggiunti sulle opzioni di risposta (tre "crocette" e un "cerchietto"), a indicare un ragionamento per esclusione sui diversi vincoli in relazione alle diverse figure.</p>															

D13. In un videogioco il robot AVAC dice sempre il vero e il robot AFRU dice sempre il falso.

AVAC e AFRU osservano una stessa figura geometrica e dicono:

AVAC: C'è almeno un angolo retto. Non ha tre lati.

AFRU: Tutti i lati sono uguali. Ha quattro lati.

Qual è la figura osservata dai robot?

			
A. <input checked="" type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>

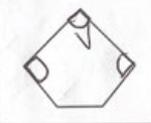
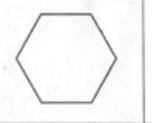
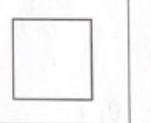
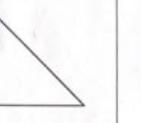
AVAC e AFRU osservano una stessa figura geometrica e dicono:

AVAC: C'è almeno un angolo retto. Non ha tre lati. **VERO**

AFRU: Tutti i lati sono uguali. Ha quattro lati. **FALSO**

Qual è la figura osservata dai robot?

TUTTI I LATI NON SONO UGUALI. NON HA 4 LATI.

			
A. <input checked="" type="checkbox"/>	B. <input type="checkbox"/>	C. <input type="checkbox"/>	D. <input type="checkbox"/>

Un altro esempio di strategia efficace è mostrato dal protocollo a destra: qui sono aggiunte le scritte "VERO" e "FALSO" accanto ai due robot e le due affermazioni del robot AFRU sono negate. Interessante sul pentagono la presenza di segni sui tre angoli retti e di un segno di spunta, come a voler confermare di aver interpretato correttamente la proprietà C'è almeno un angolo retto.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																																																									
<p>D20. La tabella indica i dati e gli orari di partenza di ogni atleta in una prova a cronometro di ciclismo.</p> <table border="1" data-bbox="296 353 775 860"> <thead> <tr> <th>Nazione</th> <th>Codice identificativo</th> <th>Ora di partenza</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>SUI</td><td>10084243167</td><td>14:22:00</td></tr> <tr><td>ITA</td><td>10030826883</td><td>14:22:30</td></tr> <tr><td>ITA</td><td>10029506774</td><td>14:23:00</td></tr> <tr><td>SUI</td><td>10109639484</td><td>14:23:30</td></tr> <tr><td>AUT</td><td>10056323436</td><td>14:24:00</td></tr> <tr><td>CZE</td><td>10055862987</td><td>14:24:30</td></tr> <tr><td>AUT</td><td>10035124791</td><td>14:25:00</td></tr> <tr><td>ITA</td><td>10031699378</td><td>14:25:30</td></tr> <tr><td>AUT</td><td>10035139848</td><td>14:26:00</td></tr> <tr><td>SUI</td><td>10096394237</td><td>14:26:30</td></tr> <tr><td>ITA</td><td>10031976335</td><td>14:27:00</td></tr> <tr><td>ITA</td><td>10029337632</td><td>14:27:30</td></tr> <tr><td>SUI</td><td>10078988696</td><td>14:28:00</td></tr> <tr><td>ITA</td><td>10079847653</td><td>14:28:30</td></tr> <tr><td>SUI</td><td>10096663413</td><td>14:29:00</td></tr> <tr><td>SUI</td><td>10052447981</td><td>14:29:30</td></tr> <tr><td>ESP</td><td>10110325558</td><td>14:30:00</td></tr> </tbody> </table> <p>Osserva la tabella e rispondi:</p> <p>a. Quanto tempo trascorre tra la partenza di un atleta e quella dell'atleta successivo?</p> <p>Risposta: secondi</p> <p>b. Quanto tempo trascorre tra la partenza del primo atleta italiano (ITA) e la partenza dell'ultimo atleta italiano (ITA)?</p> <p>Risposta: minuti</p>		Nazione	Codice identificativo	Ora di partenza	SUI	10084243167	14:22:00	ITA	10030826883	14:22:30	ITA	10029506774	14:23:00	SUI	10109639484	14:23:30	AUT	10056323436	14:24:00	CZE	10055862987	14:24:30	AUT	10035124791	14:25:00	ITA	10031699378	14:25:30	AUT	10035139848	14:26:00	SUI	10096394237	14:26:30	ITA	10031976335	14:27:00	ITA	10029337632	14:27:30	SUI	10078988696	14:28:00	ITA	10079847653	14:28:30	SUI	10096663413	14:29:00	SUI	10052447981	14:29:30	ESP	10110325558	14:30:00	<p>DATI E PREVISIONI</p> <p>DIMENSIONE</p> <p>Risolvere problemi</p> <p>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</p> <p>TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Rappresentare problemi con tabelle e grafici che ne esprimono la struttura.</i></p> <p>SCOPO DELLA DOMANDA Ricavare informazioni su intervalli di tempo da dati rappresentati in una tabella</p>			
Nazione	Codice identificativo	Ora di partenza																																																									
SUI	10084243167	14:22:00																																																									
ITA	10030826883	14:22:30																																																									
ITA	10029506774	14:23:00																																																									
SUI	10109639484	14:23:30																																																									
AUT	10056323436	14:24:00																																																									
CZE	10055862987	14:24:30																																																									
AUT	10035124791	14:25:00																																																									
ITA	10031699378	14:25:30																																																									
AUT	10035139848	14:26:00																																																									
SUI	10096394237	14:26:30																																																									
ITA	10031976335	14:27:00																																																									
ITA	10029337632	14:27:30																																																									
SUI	10078988696	14:28:00																																																									
ITA	10079847653	14:28:30																																																									
SUI	10096663413	14:29:00																																																									
SUI	10052447981	14:29:30																																																									
ESP	10110325558	14:30:00																																																									
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																																																									
a. 30 b. 6		Item	Mancante	Errata	Corretta																																																						
		D20a	4,5%	12,8%	82,8%																																																						
		D20b	4%	43%	53%																																																						
COMMENTI E OSSERVAZIONI																																																											
<p>La domanda richiede di individuare l'intervallo di tempo che intercorre tra due orari espressi nella forma <i>ore:minuti:secondi</i> in una tabella relativa a una prova di ciclismo.</p> <p>L'item (a) riguarda l'intervallo tra due orari successivi, l'item (b) l'intervallo tra gli orari associati a due atleti specifici. In entrambi i casi, una fonte di difficoltà è legata alla richiesta di gestire la misura del tempo in termini solo dei secondi o solo dei minuti.</p> <p>Nel caso dell'item (a), è necessario osservare la variazione tra orari consecutivi nell'ultima colonna della tabella, focalizzandosi in particolare sul valore indicato per i secondi in ciascun orario.</p> <p>Nel caso dell'item (b), è necessario identificare il <i>primo</i> e l'<i>ultimo atleta italiano</i> (utilizzando quindi anche le informazioni fornite nella prima colonna della tabella) ed è sufficiente operare una differenza tra i valori dei minuti delle due ore di partenza (6). Focalizzarsi sugli orari di partenza del primo e ultimo atleta in tabella può portare invece alla risposta "<i>8 minuti</i>".</p> <p>Il protocollo sotto, a sinistra, mostra, a margine della tabella, una strategia efficace per la gestione del tempo nel caso del secondo item. Qui l'attenzione è posta sulla variazione solo sui secondi mediante una schematizzazione che identifica prima gli orari del primo e dell'ultimo italiano ("<i>1° ITA</i>", "<i>ULTIMO ITA</i>"), poi il fatto che ore e secondi sono "<i>UGUALI</i>" e i "<i>MINUTI DIVERSI</i>" nei due orari e, infine, la sottrazione "<i>28-22 = 6</i>" come l'operazione che fornisce l'intervallo cercato.</p> <p>A destra invece, l'intervallo di tempo tra la partenza del primo atleta italiano (indicato nella seconda riga della tabella) e l'ultimo atleta italiano (quartultima riga della tabella) è determinato considerando i secondi che intercorrono tra un atleta e il successivo ("<i>30</i>"), che sono poi accorpati "a coppie" nella scrittura "<i>1 min</i>" e quindi sommati.</p>																																																											

1° ITA = 14:22:30
 ULTIMO ITA = 14:28:30

ORA = 14 1° ITA = 22
 MINUTI ↓
 ULTIMO
 ITA = 28

SECONDI = 30

ORE E SECONDI
 UGUALI
 ↓
 MINUTI DIVERSI
 ↓
 28 - 22 = 6

6 MINUTI
 ↓
 TERZO TRA
 LE 2
 PARTENZE

Osserva la tabella

a. Quanto tempo successivo?

Risposta:30

Ora di partenza	
14:22:00	
14:22:30	
14:23:00	30
14:23:30	30
14:24:00	30
14:24:30	30
14:25:00	30
14:25:30	30
14:26:00	30
14:26:30	30
14:27:00	30
14:27:30	30
14:28:00	30
14:28:30	30
14:29:00	30
14:29:30	30
14:30:00	30

14:23:00 } 1 min +
 14:24:00 } 1 min +
 14:25:00 } 1 min +
 14:26:00 } 1 min +
 14:27:00 } 1 min +
 14:28:00 } 1 min = 6 min
 14:29:00 } 30
 $5 = \frac{1}{10} \cdot 50$

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D21. Lucia arriva con il treno alle ore 13:05 nella località dove trascorrerà le vacanze. Il suo viaggio in treno è durato 45 minuti.</p> <p>A che ora è partita Lucia con il treno?</p> <p>Risposta: alle ore</p>		NUMERI			
		DIMENSIONE			
		Risolvere problemi			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		<p>TRAGUARDO Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).</p> <p>OBIETTIVO <i>Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime.</i></p>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Utilizzare le unità convenzionali di misura del tempo per individuare un orario in una situazione problematica			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
12:20 o scritte equivalenti (dodici e venti, mezzogiorno e 20; accettabile 12,20)	Item	Mancante	Errata	Corretta	
	D21	4,8%	38,6%	56,6%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda presenta una situazione problematica che richiede di identificare le 13:05 come orario di arrivo e quindi di sottrarre a questo la durata del viaggio, per ottenere l'orario di partenza. In altri termini, è necessario riconoscere che la partenza è un evento che si colloca temporalmente prima dell'arrivo, pertanto l'orario di partenza deve necessariamente antecedere quello di arrivo.</p> <p>Una difficoltà nel rispondere correttamente è proprio legata a questo aspetto: risposte non attese del tipo "13:50" derivano infatti dal sommare (anziché sottrarre) i minuti della durata del viaggio all'orario di arrivo.</p> <p>Altre difficoltà possono derivare da modalità di scrittura dell'ora che utilizzano la virgola (ad esempio 13,05 invece di 13:05): in tali casi, le notazioni utilizzate incidono sulla risposta quando l'ora è interpretata senza tenere in considerazione la metrica sessagesimale, come un numero decimale, portando a procedimenti del tipo $13,05 - 0,45 = 12,60$, oppure $1305 - 45 = 1260$ che è poi riscritto come 12,60 aggiungendo una virgola nel mezzo.</p> <p>Strategie di ragionamento efficaci si appoggiano alla conversione di 45 minuti in "1 ora meno 15 minuti" oppure di "1 ora e 5 minuti" in "65 minuti", in modo da gestire il calcolo dell'intervallo di tempo richiesto lavorando con le stesse unità di tempo. I protocolli seguenti mostrano tutti approcci di questo tipo.</p> <p>Nell'esempio di sinistra il calcolo è operato con il primo tipo di conversione, togliendo 1 ora alle 13:05 ("12:05") e aggiungendo 15 minuti ("12:20"). Nell'esempio centrale, la sottrazione "65-45" permette di ottenere direttamente "20", i minuti da associare all'ora che precede le 13 (12:20). Nell'esempio di destra, 13:05 è trasformato in "12:65", scrittura formalmente non accettabile per l'orario ma funzionale alla ricerca dell'ora richiesta.</p>					

il treno alle ore 13:05 nella località dove trascorrerà le
 treno è durato 45 minuti
 a Lucia con il treno?

12:20

12:05 -
 00:45 =

12:20 +
 00:45 =
 13:05

località dove

12:65
 13:05 nella località dove

minuti.

0?

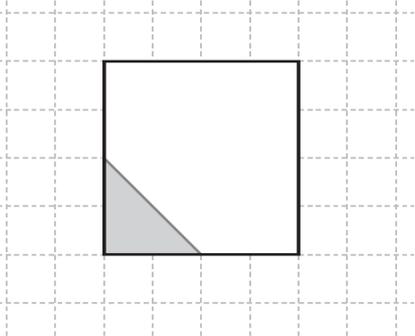
12:65
 00:45 =
 12:20

12:05 -
 00:45 =
 11:00

12:20
 00:45 =
 13:05

12:20
 00:45 =
 13:05

M2305D3100

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE		
<p>D22. Mauro ha incollato un triangolo grigio sopra al quadrato che vedi in figura.</p>  <p>Mauro vuole ricoprire completamente il quadrato con triangoli uguali a quello grigio, senza sovrapporli.</p> <p>Quanti triangoli uguali a quello grigio mancano per ricoprire completamente il quadrato?</p> <p>Risposta:triangoli</p>		SPAZIO E FIGURE		
		DIMENSIONE		
		Conoscere		
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.		
		TRAGUARDO		
		<p>Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.</p>		
		OBIETTIVO		
		<p><i>Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.</i></p>		
		SCOPO DELLA DOMANDA		
		<p>Individuare il numero di elementi mancanti in una tassellazione</p>		
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE		
7		Item	Mancante	Errata
		D22	3,3%	68,5%
				28,2%

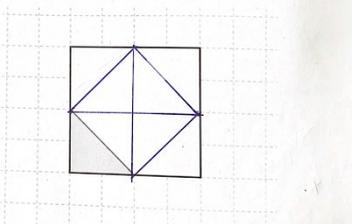
COMMENTI E OSSERVAZIONI

La domanda richiede di individuare, dato un tassello di forma triangolare, il numero di tasselli mancanti, congruenti a quello dato, che permettono di tassellare un quadrato.

Una difficoltà è legata all'assenza della griglia all'interno del quadrato. Ulteriore difficoltà della richiesta è quella di considerare solo i triangoli mancanti, non il numero di tutti i triangoli nella tassellazione (ovvero "8 triangoli", una risposta spesso presente nei protocolli).

Altre risposte rilevate nei protocolli sono: "4 triangoli", "5 triangoli", "6 triangoli".

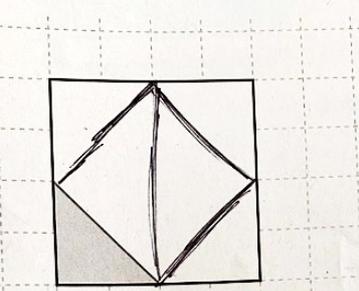
La risposta "4 triangoli" si basa su almeno due tipi di ragionamento: conteggiare solo i quattro triangoli rettangoli congruenti posizionati agli angoli del quadrato di partenza (ma in questo modo il quadrato non è ricoperto *completamente*); oppure, considerare solo i quattro triangoli che consentono di ricoprire il quadrato inscritto (protocollo qui sotto, a sinistra).



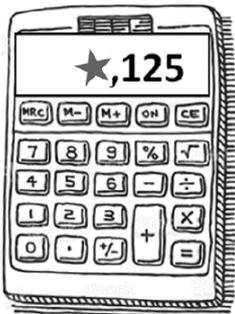
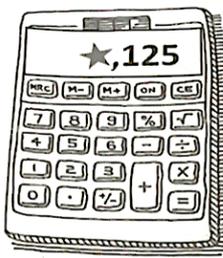
Mauro vuole ricoprire completamente il quadrato con triangoli uguali a quello grigio, senza sovrapporli.

Quanti triangoli uguali a quello grigio mancano per ricoprire completamente il quadrato?

Risposta:.....triangoli

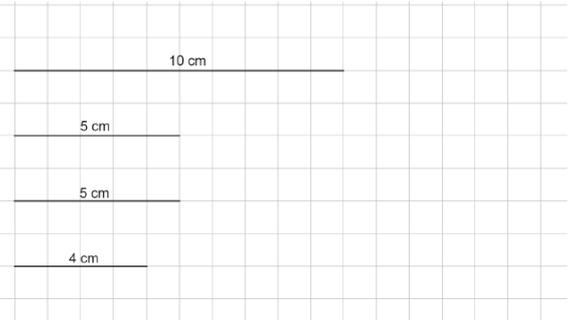
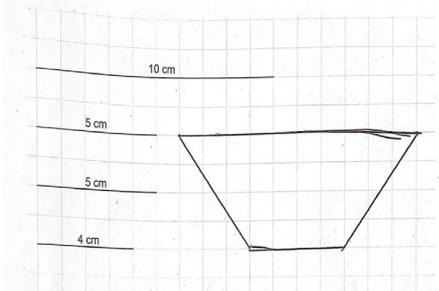


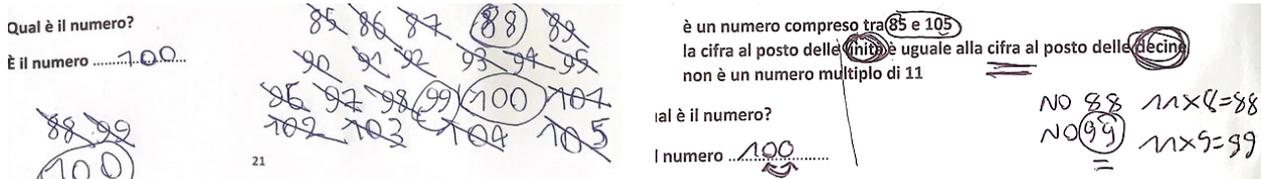
La risposta "5 triangoli" si focalizza invece sul conteggio dei quattro triangoli agli angoli del quadrato di partenza e del quadrato inscritto, come quinto tassello. Infine, la risposta "6 triangoli" (protocollo a destra) deriva, nella situazione appena descritta, dall'ulteriore divisione del quadrato inscritto in due triangoli tra loro congruenti. Ne risulta una tassellazione del quadrato che utilizza effettivamente tutti i triangoli ma non rispetta il vincolo che questi siano *uguali a quello grigio* (tutti congruenti tra loro).

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D23. Gianni ha moltiplicato tra loro i numeri 2,25 e 0,5 con la calcolatrice. La stellina nasconde una cifra del risultato.</p>  <p>La cifra nascosta è</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 0</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 1</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 2</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 4</p>		NUMERI					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO					
		L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.					
		OBIETTIVO					
		Eeguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Individuare la cifra delle unità nel risultato della moltiplicazione di un numero decimale per 0,5					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
B		Item	Mancante	A	B	C	D
		D23	0,9%	8,5%	64,5%	16,2%	9,9%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di individuare la cifra mancante delle unità nel risultato di una <i>moltiplicazione</i> di un numero decimale (2,25) per 0,5.</p> <p>L'opzione di risposta A richiama l'idea diffusa che moltiplicare un numero per un numero minore di 1 porti a un risultato minore di 1, così che la sua cifra delle unità può solo essere 0.</p> <p>L'opzione di risposta C si focalizza solo sul fatto che le cifre indicate sulla calcolatrice corrispondono alla metà della parte decimale del numero 2,25 ma trascurando che la parte intera debba subire la medesima trasformazione, lasciandola dunque invariata (2).</p> <p>L'opzione di risposta D infine intercetta la misconcezione secondo cui moltiplicare per 0,5 equivale a fare il doppio (anziché la metà); operando solo sulle unità e tralasciando la parte decimale indicata sulla calcolatrice, si perviene così al numero 4 (il doppio di 2).</p> <p>Una strategia di ragionamento efficace considera che moltiplicare un numero per 0,5 equivale a calcolare la metà del numero stesso; pertanto, la cifra nascosta deve corrispondere alla metà di 2, cioè 1.</p> <p>Altro modo di procedere è quello di svolgere la moltiplicazione in colonna e individuare la cifra delle unità nel risultato, come nell'esempio che segue.</p>							
							
		<p>La cifra nascosta è</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 4</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 0</p> <p>C. <input checked="" type="checkbox"/> 1</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 2</p>					

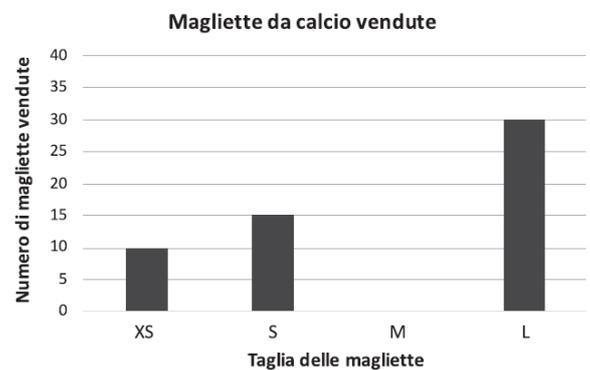
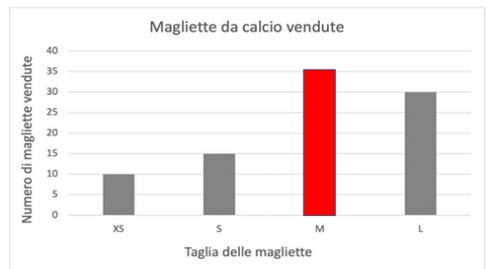
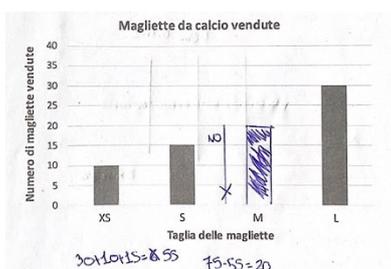
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																	
<p>D24. Mario è un atleta professionista.</p> <p>Mario si allena cinque giorni alla settimana e segna su una tabella le ore di allenamento che fa ogni giorno.</p> <p>Ha già segnato le ore fatte durante i primi tre giorni della settimana.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin: 10px 0;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;"></th> <th style="width: 15%;">LUNEDÌ</th> <th style="width: 15%;">MARTEDÌ</th> <th style="width: 15%;">MERCOLEDÌ</th> <th style="width: 15%;">GIOVEDÌ</th> <th style="width: 15%;">VENERDÌ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">ORE DI ALLENAMENTO</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Quante ore di allenamento dovrebbe fare giovedì e venerdì per ottenere una media giornaliera di 4 ore esatte sui cinque giorni?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 3 e 6 B. <input type="checkbox"/> 6 e 5 C. <input type="checkbox"/> 4 e 4 D. <input type="checkbox"/> 4 e 6</p>			LUNEDÌ	MARTEDÌ	MERCOLEDÌ	GIOVEDÌ	VENERDÌ	ORE DI ALLENAMENTO	4	5	2			<p>DATI E PREVISIONI</p> <p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;">DIMENSIONE</p> <p>Risolvere problemi</p> <p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;">RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</p> <p>TRAGUARDO Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p>OBIETTIVO Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.</p> <p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;">SCOPO DELLA DOMANDA</p> Individuare le frequenze mancanti in una distribuzione di cui è nota la media aritmetica					
	LUNEDÌ	MARTEDÌ	MERCOLEDÌ	GIOVEDÌ	VENERDÌ														
ORE DI ALLENAMENTO	4	5	2																
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																	
A		Item	Mancante	A	B	C	D												
		D24	2,4%	54%	8%	19,6%	16%												
COMMENTI E OSSERVAZIONI																			
<p>La domanda richiede di individuare la coppia di frequenze che, considerate insieme ad alcune frequenze già fornite, permettono di ottenere 4 per la media aritmetica.</p> <p>L'opzione di risposta B presenta una coppia di numeri la cui somma è uguale a quella dei dati presenti nella tabella, vale a dire 11.</p> <p>L'opzione di risposta C intercetta una difficoltà di interpretazione del significato di <i>media giornaliera</i> in questo contesto, che è vista come il numero di <i>ore esatte</i> di allenamento da svolgere il giovedì e il venerdì, vale a dire 4 e 4.</p> <p>L'opzione di risposta D presenta 4 e 6, che insieme alle ore del lunedì e del mercoledì, forniscono una media giornaliera di 4 ore (calcolata però su 4 giorni non su 5).</p> <p>Una strategia di risoluzione efficace si basa sul fatto che, affinché la media giornaliera <i>sui cinque giorni</i> sia <i>4 ore esatte</i>, Mario deve allenarsi esattamente $4 \times 5 = 20$ ore. Poiché si è già allenato 11 ore, nei giorni rimanenti dovrà allenarsi per $20 - 11 = 9$ ore. È sufficiente quindi individuare la coppia di numeri la cui somma è 9.</p> <p>Gli esempi che seguono mostrano una strategia di ragionamento interessante che sfrutta il significato di media in modo differente: la somma oraria complessiva è redistribuita su tutti i giorni della settimana in modo che a ciascun giorno corrisponda la frequenza "4 ore". Le frequenze date e quelle individuate sono quindi trasformate nel valore 4 laddove necessario, con opportuni "movimenti" tra i valori numerici (catturati dalle frecce).</p>																			
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;"></th> <th style="width: 15%;">LUNEDÌ</th> <th style="width: 15%;">MARTEDÌ</th> <th style="width: 15%;">MERCOLEDÌ</th> <th style="width: 15%;">GIOVEDÌ</th> <th style="width: 15%;">VENERDÌ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">ORE DI ALLENAMENTO</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">5 → 4</td> <td style="text-align: center;">2 → 4</td> <td style="text-align: center;">3 → 4</td> <td style="text-align: center;">6 → 4</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 5px;"> +1 ↔ +2 </p>									LUNEDÌ	MARTEDÌ	MERCOLEDÌ	GIOVEDÌ	VENERDÌ	ORE DI ALLENAMENTO	4	5 → 4	2 → 4	3 → 4	6 → 4
	LUNEDÌ	MARTEDÌ	MERCOLEDÌ	GIOVEDÌ	VENERDÌ														
ORE DI ALLENAMENTO	4	5 → 4	2 → 4	3 → 4	6 → 4														

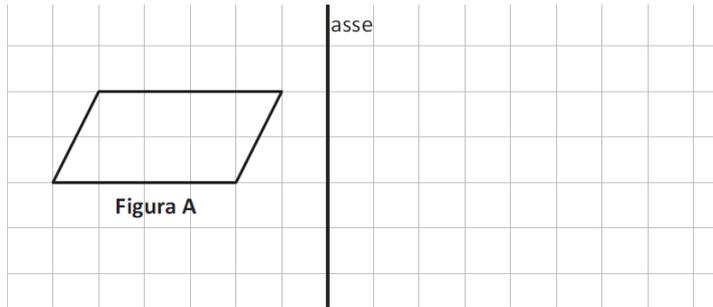
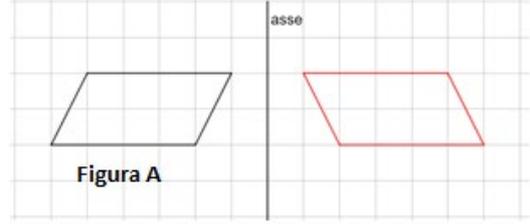
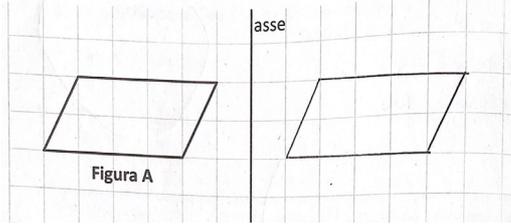
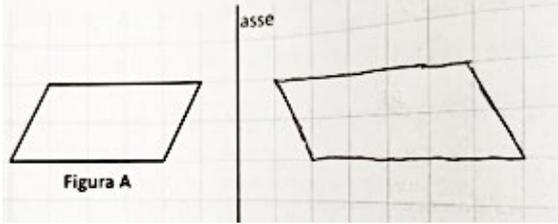
	LUNEDÌ	MARTEDÌ	MERCOLEDÌ	GIOVEDÌ	VENERDÌ
ORE DI ALLENAMENTO	4 ^A	4 ⁵ 4 ⁴ 3 ³ 2 ⁴	4 ⁴	4 ³ 3 ^A	6 ⁴ 4

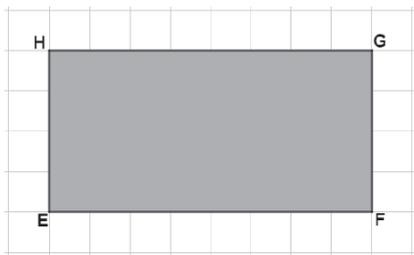
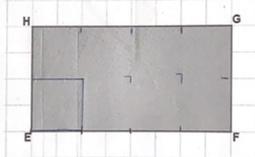
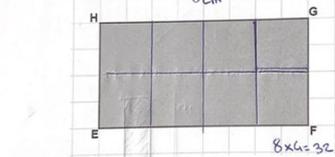
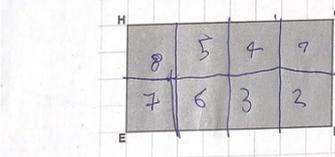
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D25. Marco ha costruito un quadrilatero usando come lati i segmenti che vedi qui sotto.</p>  <p>Quale di questi quadrilateri ha costruito Marco?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Rettangolo</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Parallelogramma</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Rombo</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Trapezio isoscele</p>		SPAZIO E FIGURE					
		DIMENSIONE					
		Risolvere problemi					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		<p>TRAGUARDO Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.</p> <p>OBIETTIVO Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.</p>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Individuare il quadrilatero che può essere costruito con lati di date lunghezze					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
D		Item	Mancante	A	B	C	D
		D25	2%	11,2%	18,6%	4,1%	64,1%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di individuare il <i>quadrilatero</i> che può essere costruito rispettando i vincoli dati sulle lunghezze dei suoi quattro lati (rappresentati su di una griglia), di cui due sono congruenti tra loro. Le opzioni di risposta A, B e C presentano tutti quadrilateri che hanno due coppie di lati congruenti tra loro, rispettivamente un <i>rettangolo</i>, un <i>parallelogramma</i> e un <i>rombo</i>.</p> <p>Il protocollo sotto, a sinistra, presenta il disegno (non richiesto) di un trapezio isoscele, a supporto della visualizzazione del quadrilatero cercato. Il trapezio, tra l'altro, è disegnato in posizione non standard.</p>							
		<p>Quale di questi quadrilateri ha costruito Marco?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Parallelogramma X LATI UGUALI DUE A DUE</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Rettangolo X LATI UGUALI DUE ADUE</p> <p>C. <input checked="" type="checkbox"/> Trapezio isoscele ✓</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Rombo X TUTTI LATI UGUALI</p>					
<p>Il protocollo a destra mostra invece, scritta accanto a ogni quadrilatero, la caratteristica che permette di escluderlo: il parallelogramma e il rettangolo sono esclusi perché hanno i "LATI UGUALI A DUE A DUE", mentre il rombo è escluso proprio perché ha "TUTTI LATI UGUALI".</p>							

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D26. Emily sta cercando un numero che ha tutte queste proprietà:</p> <ul style="list-style-type: none"> • è un numero compreso tra 85 e 105 • la cifra al posto delle unità è uguale alla cifra al posto delle decine • non è un numero multiplo di 11 <p>Qual è il numero?</p> <p>È il numero</p>		NUMERI			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		<p>TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.</p> <p>OBIETTIVO <i>Eeguire la divisione con resto fra numeri naturali; individuare multipli e divisori di un numero.</i></p>			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
<p>La risposta attesa è il numero intero 100. È tuttavia accettabile come risposta un qualunque numero compreso tra 88 e 89 (esclusi i numeri 88 e 89), oppure compreso tra 99 e 101 (esclusi i numeri 99 e 101), con una o più cifre decimali. Esempi: 88,15; 88,5; 88,99; 99,05; 99,7; 100,2; e così via.</p>		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D26	11,6%	42,8%	45,6%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di individuare un numero a partire da tre diversi vincoli che riguardano:</p> <ol style="list-style-type: none"> l'intervallo nel quale collocarlo (<i>tra 85 105</i>) la sua notazione posizionale (<i>l'uguaglianza delle cifre delle unità e delle decine</i>) una sua proprietà aritmetica (<i>il non essere multiplo di 11</i>). <p>Il numero può non essere un numero naturale, poiché qualsiasi numero decimale che rispetti i primi due vincoli soddisfa anche il terzo (un numero multiplo di 11 è necessariamente intero). È comunque necessario mantenere il controllo sul fatto che tutti e tre i vincoli devono essere soddisfatti contemporaneamente, il che esclude ad esempio risposte del tipo: 111 (vincoli (b) e (c)) oppure 101 (vincoli (a) e (c)).</p> <p>Una strategia di risoluzione efficace, rilevata dai protocolli, si basa su passi successivi: prima, prendere in considerazione tutti i numeri interi compresi nell'intervallo assegnato con il primo vincolo, poi verificare quali presentano la cifra delle unità uguale alla cifra delle decine (88, 99, 100) e, infine, individuare tra questi il numero non divisibile per 11. Il protocollo sotto, a sinistra, mostra un esempio di tale strategia: i numeri che non soddisfano il secondo vincolo sono cancellati, quelli che lo soddisfano sono cerchiati e riscritti sulla sinistra, dove poi è operata la parte finale del ragionamento, che porta alla scelta del "100" e alla cancellazione di 88 e 99.</p>					
<p>Qual è il numero? È il numero100...</p>					

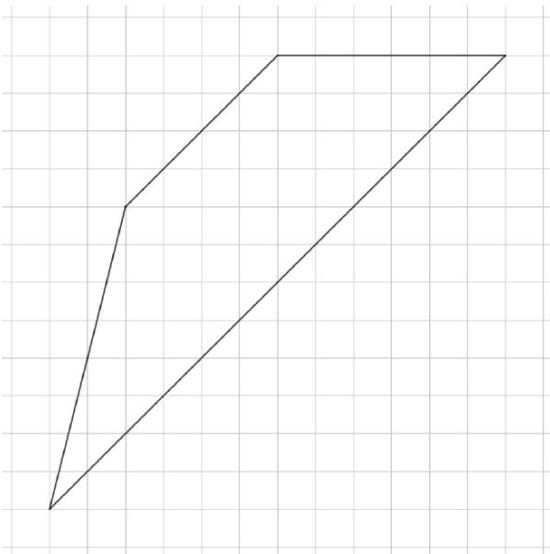
Il protocollo a destra presenta un'altra strategia: qui alcune parole sono cerchiare o sottolineate (*unità*, *decine* e *cifra*); i numeri "88" e "99" sono scritti come multipli di 11 ed esclusi ("NO", scritto a fianco); sotto il "100", inserito come risposta, una doppia freccia con un "=" indica che il secondo vincolo è rispettato.

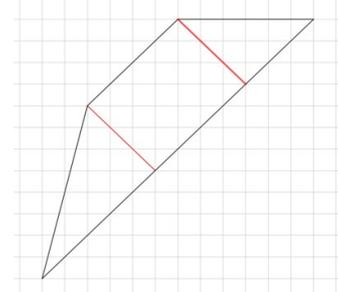
DOMANDA	AMBITO PREVALENTE																				
<p>D27. Negli ultimi sei mesi, un negozio di sport ha venduto gli articoli sportivi riportati in tabella.</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th>Articolo sportivo</th> <th>Quantità venduta</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Scarpe da corsa</td> <td>75</td> </tr> <tr> <td>Magliette da calcio</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td>Tute da ginnastica</td> <td>42</td> </tr> <tr> <td>Pantaloncini da basket</td> <td>26</td> </tr> </tbody> </table> <p>Il seguente grafico rappresenta la distribuzione delle magliette da calcio suddivise per taglie e vendute dal negozio negli ultimi sei mesi. Il grafico è incompleto. Completa tu il grafico.</p> 	Articolo sportivo	Quantità venduta	Scarpe da corsa	75	Magliette da calcio	90	Tute da ginnastica	42	Pantaloncini da basket	26	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <th style="background-color: #0056b3; color: white;">DATI E PREVISIONI</th> </tr> <tr> <th style="background-color: #0056b3; color: white;">DIMENSIONE</th> </tr> <tr> <th style="background-color: #0056b3; color: white;">Risolvere problemi</th> </tr> <tr> <th style="background-color: #0056b3; color: white;">RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</th> </tr> <tr> <td> <p>TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i></p> </td> </tr> <tr> <th style="background-color: #0056b3; color: white;">SCOPO DELLA DOMANDA</th> </tr> <tr> <td> <p>Completare un grafico utilizzando le informazioni fornite in un testo e opportuni dati rappresentati in una tabella</p> </td> </tr> </table>				DATI E PREVISIONI	DIMENSIONE	Risolvere problemi	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.	<p>TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i></p>	SCOPO DELLA DOMANDA	<p>Completare un grafico utilizzando le informazioni fornite in un testo e opportuni dati rappresentati in una tabella</p>
Articolo sportivo	Quantità venduta																				
Scarpe da corsa	75																				
Magliette da calcio	90																				
Tute da ginnastica	42																				
Pantaloncini da basket	26																				
DATI E PREVISIONI																					
DIMENSIONE																					
Risolvere problemi																					
RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.																					
<p>TRAGUARDO Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p>OBIETTIVO <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i></p>																					
SCOPO DELLA DOMANDA																					
<p>Completare un grafico utilizzando le informazioni fornite in un testo e opportuni dati rappresentati in una tabella</p>																					
RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE																				
	Item	Mancante	Errata	Corretta																	
	D27	7,3%	34,7%	58%																	
COMMENTI E OSSERVAZIONI																					
<p>La domanda richiede di mettere in relazione i dati rappresentati in tabella con quelli rappresentati nel grafico ed esplicitati nel testo per individuare il dato mancante che permette di completare il grafico. È necessario prima focalizzare l'attenzione sui dati in tabella, in particolare sulla quantità di <i>magliette da calcio vendute</i> (90), poi passare al grafico e utilizzare tale informazione per desumere il dato mancante (il numero delle magliette da calcio di taglia M), in modo univoco, dalla sottrazione con 55 (numero di magliette vendute di taglia XS, S e L), che è il dato ricavabile dal grafico.</p> <p>Una difficoltà, rilevata dai protocolli, si lega all'utilizzo dell'informazione sul numero delle <i>scarpe da corsa</i> vendute (75), il primo dato presentato in tabella, per poi sottrarre da esso 55, il numero delle magliette ricavato dal grafico, ottenendo così 20. L'esempio che segue illustra questo tipo di approccio.</p>																					
																					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D28. Disegna la figura simmetrica della Figura A rispetto all'asse.</p> 		SPAZIO E FIGURE			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		<p>TRAGUARDO Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.</p> <p>OBIETTIVO <i>Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farle riprodurre da altri.</i></p>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Disegnare la figura simmetrica di una figura data rispetto a un asse di simmetria			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D28	5,7%	41,9%	52,5%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di disegnare su una griglia il parallelogramma simmetrico di quello dato rispetto a un asse di simmetria verticale.</p> <p>Diversi protocolli mostrano disegni di parallelogrammi ma mettono in luce l'applicazione di una traslazione alla <i>Figura A</i> anziché di una simmetria assiale (esempio a sinistra) oppure la mancanza di controllo sulla lunghezza dei lati orizzontali della figura simmetrica, cioè sulla distanza di alcuni vertici dall'asse di simmetria (esempio a destra).</p>					
					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D29. Osserva il rettangolo EFGH.</p>  <p>Immagina un quadrato con il lato lungo $\frac{1}{4}$ del lato EF del rettangolo.</p> <p>L'area del rettangolo è</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 4 volte l'area del quadrato</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 8 volte l'area del quadrato</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 16 volte l'area del quadrato</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 32 volte l'area del quadrato</p>		RELAZIONI E FUNZIONI					
		DIMENSIONE					
		Risolvere problemi					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO					
		<p>Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p>					
		OBIETTIVO					
		<p>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</p>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		<p>Individuare la relazione tra le aree di due figure a partire dal rapporto tra un lato dell'una e il lato dell'altra</p>					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
B		Item	Mancante	A	B	C	D
		D29	3,8%	36,7%	38%	12,3%	9,3%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda chiede di immaginare un quadrato il cui lato è $\frac{1}{4}$ di uno dei lati del rettangolo rappresentato in figura e di determinare il rapporto tra le aree delle due figure.</p> <p>Nel caso dell'opzione di risposta A, la relazione lineare tra le lunghezze dei due lati (il lato EF del rettangolo è 4 volte il lato del quadrato) è trasferita alla relazione tra le aree.</p> <p>Le opzioni di risposta C e D si basano entrambe sul calcolo dell'area del rettangolo sfruttando il quadretto della griglia esterna come unità di misura: infatti, ci sono 8 quadretti lungo EF e 4 quadretti lungo HE; dunque, EF è <i>lungo</i> 8 e HE è <i>lungo</i> 4. L'opzione D presenta l'area del rettangolo (32); l'opzione C individua il rapporto tra l'area del rettangolo e il lato del quadrato cercato, <i>lungo</i> 2.</p> <p>Strategie non prettamente numeriche che conducono all'opzione di risposta corretta si fondano su ragionamenti di natura spaziale, direttamente sulla figura data, una volta individuato il lato del quadrato. Tali strategie considerano infatti quante volte il quadrato "sia contenuto" nel rettangolo (vale a dire, una tassellazione del rettangolo mediante il quadrato), come mostrano i protocolli che seguono.</p>							
<p>Osserva il rettangolo EFGH.</p>  <p>Immagina un quadrato con il lato lungo $\frac{1}{4}$ del lato EF del rettangolo.</p>		<p>Osserva il rettangolo EFGH.</p>  <p>Immagina un quadrato con il lato lungo $\frac{1}{4}$ del lato EF del rettangolo.</p>		<p>Osserva il rettangolo EFGH.</p>  <p>Immagina un quadrato con il lato lungo $\frac{1}{4}$ del lato EF del rettangolo.</p>			

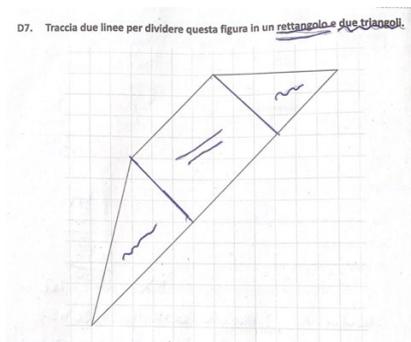
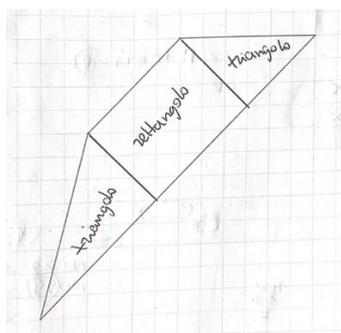
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D30. Hai a disposizione queste tre cifre.</p> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 10px;"> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 5px 15px; display: inline-block;">4</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 5px 15px; display: inline-block;">3</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 5px 15px; display: inline-block;">7</div> </div> <p>Utilizza tutte e tre le cifre una sola volta per scrivere un numero minore di cinquecento e divisibile per 2.</p> <p>Risposta:</p>		NUMERI			
		DIMENSIONE			
		Conoscere			
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.			
		<p>TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.</p> <p>OBIETTIVO <i>Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali.</i></p>			
		SCOPO DELLA DOMANDA			
		Scrivere un numero che soddisfa dati vincoli, utilizzando il valore posizionale delle cifre			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
374		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D30	4,4%	33,3%	62,2%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di formare un numero a partire dalle <i>tre cifre</i> fornite e tenendo in considerazione congiuntamente tre vincoli:</p> <ul style="list-style-type: none"> - l'uso di <i>tutte e tre le cifre una sola volta</i>: pertanto il numero richiesto deve essere composto da tre cifre; - il numero deve essere <i>minore di cinquecento</i>: dunque, la cifra da collocare al posto delle centinaia deve essere necessariamente 4 o 3; - il numero deve essere <i>divisibile per 2</i>, cioè pari: quindi, la cifra delle unità deve necessariamente essere 4. <p>Si ricava che l'unico numero che soddisfa tutti i vincoli è 374.</p> <p>Il protocollo seguente mostra una modalità di verifica dei vincoli dati.</p> <div style="margin-top: 20px;"> <p>Utilizza tutte e tre le cifre una sola volta per scrivere un numero minore di cinquecento e divisibile per 2.</p> <p>Risposta: ...<u>374</u>...</p> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="text-align: right;">374 < 500</div> <div style="border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;"> $\begin{array}{r} 374 \\ 2 \overline{) 748} \\ \underline{17} \\ 16 \\ \underline{14} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$ </div> <div style="text-align: left;"> <p>→ RESTO 0 → OK → 374</p> </div> </div> <p style="text-align: right; font-size: small;">iv2305D0490</p> </div>					

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D31. Traccia due linee per dividere questa figura in un rettangolo e due triangoli.</p> 	SPAZIO E FIGURE
	DIMENSIONE
	Conoscere
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
	<p>TRAGUARDO Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.</p> <p>OBIETTIVO Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farle riprodurre da altri.</p>
SCOPO DELLA DOMANDA	Scomporre un trapezio in posizione non standard in un rettangolo e due triangoli

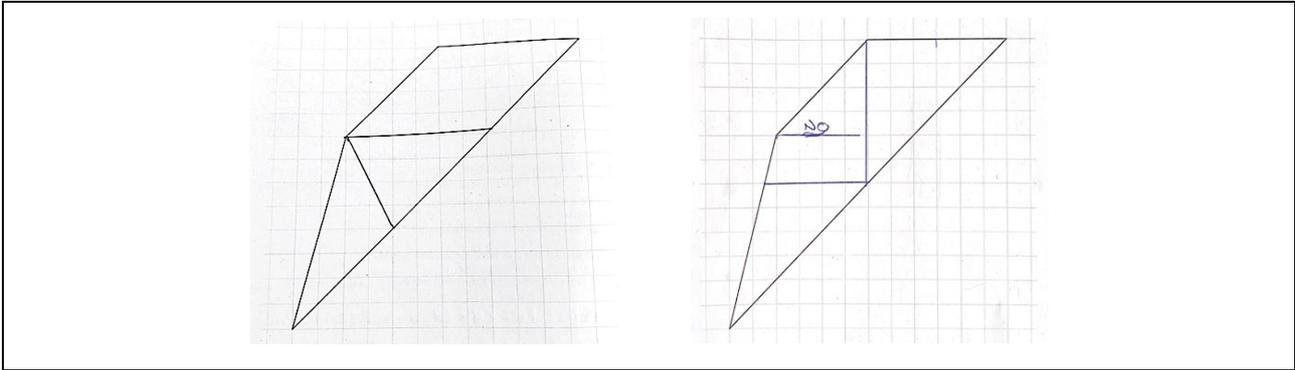
RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE			
	Item	Mancante	Errata	Corretta
	D31	3,6%	17,5%	78,8%

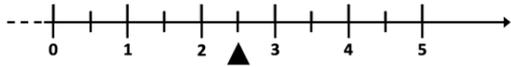
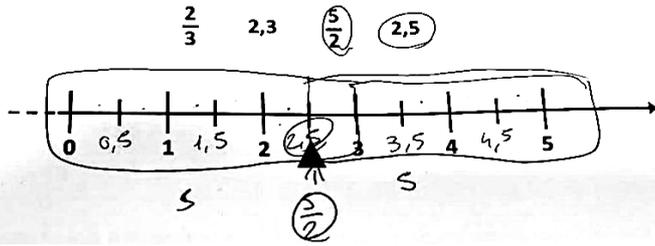
COMMENTI E OSSERVAZIONI

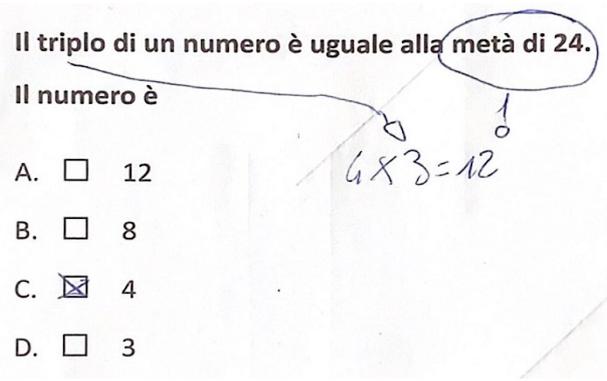
La domanda richiede di scomporre un trapezio (posto su una griglia in posizione non standard) in *un rettangolo e due triangoli*. I protocolli seguenti mostrano due modalità di soluzione con parole o segni scritti utilizzati come sistema di controllo della scomposizione. Nell'esempio a destra, inoltre, le parole chiave nel testo (*rettangolo e due triangoli*) sono state sottolineate con gli stessi segni introdotti sulla figura.



Un elemento di difficoltà consiste qui nell'individuazione del rettangolo: è necessario che i due segmenti da tracciare per scomporre la figura come richiesto siano perpendicolari alle basi del trapezio in modo da garantire la presenza di angoli retti nel rettangolo. In relazione a tali difficoltà, dai protocolli emergono esempi di scomposizioni del trapezio in tre figure, di cui però due sono triangoli e la terza è un parallelogramma (esempio a sinistra) o un altro poligono (esempio a destra).



DOMANDA	AMBITO PREVALENTE				
<p>D32. Due dei numeri che vedi qui sotto possono essere scritti nella posizione indicata dal triangolino sulla retta.</p> <p>Cerchia i due numeri.</p> <p style="text-align: center;">$\frac{2}{3}$ 2,3 $\frac{5}{2}$ 2,5</p> 	NUMERI				
	DIMENSIONE				
	Conoscere				
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
	TRAGUARDO				
	Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)				
	OBIETTIVO				
	<i>Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali.</i>				
	<i>Rappresentare i numeri conosciuti sulla retta e utilizzare scale graduate in contesti significativi per le scienze e per la tecnica.</i>				
	SCOPO DELLA DOMANDA				
	Posizionare un numero razionale sulla retta individuandone scritte equivalenti				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
<p style="text-align: center;">$\frac{2}{3}$ 2,3 $\frac{5}{2}$ 2,5</p> 		Item	Mancante	Errata	Corretta
		D32	8,3%	53,5%	38,2%
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda richiede di individuare, tra quattro numeri dati, i <i>due numeri</i> che sono associati a una data posizione sulla retta dei numeri. I due numeri cercati sono espressi in notazioni equivalenti, come frazione e come numero decimale.</p> <p>Per rispondere alla domanda è possibile focalizzare l'attenzione sulla retta e rilevare che il triangolino è posizionato in corrispondenza della tacca a metà tra 2 e 3, dunque 2,5 deve essere uno dei due numeri. È poi necessario individuare la scrittura equivalente in frazione.</p> <p>Dal protocollo seguente si evince una strategia utilizzata per individuare le scritte equivalenti: è stato decodificato il valore delle tacche intermedie (ad esempio, "0,5") e alla posizione indicata dal triangolino è stata associata la metà dell'intervallo tra 0 e 5, scrivendo dunque sia il numero 2,5 sia il numero $\frac{5}{2}$, entrambi cerchiati.</p>					
<p style="text-align: center;">$\frac{2}{3}$ 2,3 $\frac{5}{2}$ 2,5</p> 					
<p>La scelta dei numeri $\frac{2}{3}$ e 2,3 rileva la difficoltà tipica di interpretare la scrittura in frazione e la scrittura decimale: $\frac{2}{3}$ e 2,3 sono visti entrambi come un "numero compreso tra 2 e 3" (gli estremi dell'intervallo in cui si trova la posizione indicata dal triangolino).</p>					

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D33. Il triplo di un numero è uguale alla metà di 24.</p> <p>Il numero è</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 3</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 4</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 8</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 12</p>		RELAZIONI E FUNZIONI					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		<p>TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.</p> <p>OBIETTIVO <i>Eeguire la divisione con resto fra numeri naturali; individuare multipli e divisori di un numero.</i></p>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Individuare il numero che rende vera la relazione espressa in un testo che coinvolge aspetti logici e matematici					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
B		Item	Mancante	A	B	C	D
		D33	1,7%	3,1%	41,9%	16,1%	37,3%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di trasformare la relazione descritta nel testo in un'uguaglianza tra numeri in modo da individuare il numero che ha un dato ruolo nella relazione.</p> <p>Le opzioni di risposta A, C e D individuano tutte difficoltà di comprensione del testo che si focalizzano solo su alcune sue parti non considerandone altre, rispettivamente: solo sul <i>triplo</i> interpretato come 3, solo su <i>il triplo di un numero è uguale a 24</i> e solo sulla <i>metà di 24</i>.</p> <p>Il protocollo che segue esemplifica una strategia di ragionamento per ottenere la risposta 4: la metà di 24, cerchiata nel testo iniziale, è associata al numero 12; questo è uguagliato a un multiplo di 3 mediante la moltiplicazione ($\times 3$) alla quale è, a sua volta, associato il "triplo" espresso nel testo (le frecce indicano le due associazioni).</p>							
							

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D34. Linda propone un indovinello ai compagni: "Ho pensato un numero, l'ho raddoppiato, ho tolto 3 e ho ottenuto 7".</p> <p>Quale numero ha pensato Linda?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 20</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 10</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 5</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 8</p>		NUMERI					
		DIMENSIONE					
		Risolvere problemi					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		<p>TRAGUARDO</p> <p>Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p>OBIETTIVO</p> <p><i>Eeguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.</i></p>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Individuare un numero a partire da una un testo che coinvolge aspetti logici e matematici					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
C		Item	Mancante	A	B	C	D
		D34	1,1%	4,1%	21,9%	68,6%	4,4%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di procedere a ritroso per risalire a un numero a partire dal quale sono state compiute alcune operazioni espresse in un testo. Per determinare il numero, è necessario partire da 7, aggiungere 3 e dividere il risultato ottenuto per 2.</p> <p>Un elemento di difficoltà è rappresentato dal fatto di dover partire dal numero che nel testo compare per ultimo e dover utilizzare le operazioni inverse di quelle esplicitate nel testo: al posto di <i>togliere</i>, <i>aggiungere</i> e al posto di <i>raddoppiare</i>, <i>dimezzare</i>.</p> <p>L'opzione di risposta A rileva la difficoltà di mantenere il controllo su tutte le operazioni inverse: si applica una parte del procedimento a ritroso (7+3), poi si raddoppia, anziché dimezzare, il risultato ottenuto.</p> <p>L'opzione di risposta B considera una sola parte del testo, sommando 7 e 3, ma ignora completamente l'altra parte.</p> <p>L'opzione di risposta D non considera le operazioni inverse di quelle esplicitate nel testo, procedendo a ritroso nel modo seguente: partendo da 7, <i>togliere</i> 3 e <i>raddoppiare</i> il risultato ottenuto.</p> <p>Il protocollo seguente mostra un'interessante strategia di ragionamento basata sul ritorno al testo nelle due direzioni.</p>							
<p>D21. Linda propone un indovinello ai compagni: "Ho pensato un numero, l'ho raddoppiato, ho tolto 3 e ho ottenuto 7".</p> <p>Quale numero ha pensato Linda?</p> <p style="text-align: right;"> ¹ $7 + 3 \rightarrow 10 : 2 = 5$ $5 \times 2 \rightarrow 10 - 3 = 7$ </p>							